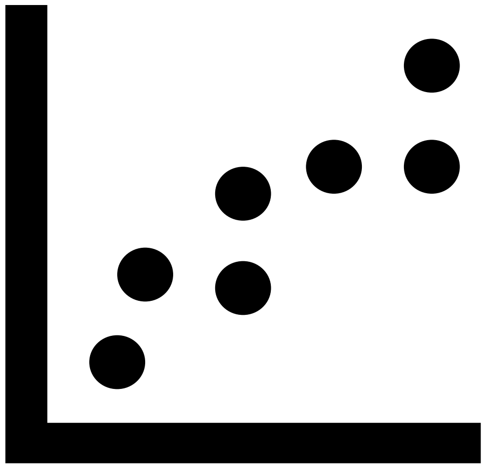
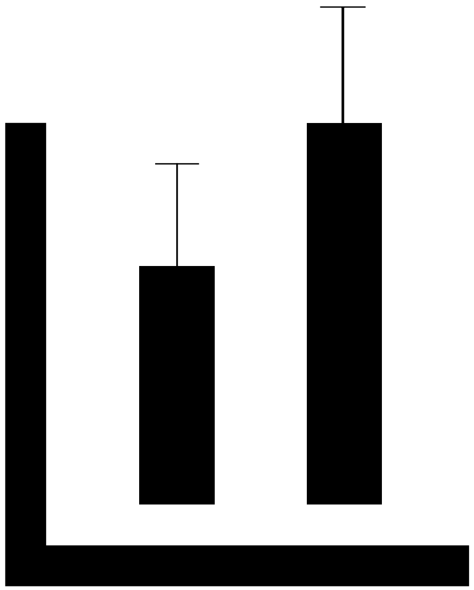
stathelp.hu

Készítette: Soltész-Várhelyi Klára

ANOVA

1. Egyszempontos független mintás elrendezés





Összefüggés depresszió és szorongás között.

(Különbség alacsony és magas szorongású személyek között a depresszió mértékében.)

Különbség férfiak és nők között a depresszió mértékében.

Összefüggés nem és depresszió között.

Független mintás elrendezés

Különbség férfiak és nők között.
Különbség kontroll és kísérleti csoport teljesítménye között.

Összefüggő mintás elrendezés

Eltérő időben adott válaszok közötti különbség

- Különbség a terápia előtti és utáni depresszióban.
- Különbség csecsemők 1 és 1,5 éves viselkedése között.

Különböző ingerekre adott válaszban lévő különbség

- Különbség csecsemők szociális és aszociális ingerre adott válaszában.

Eltérő dimenziókban mért különbség

- Különbség hagyományos és online oktatás észlelt hatékonyságában.

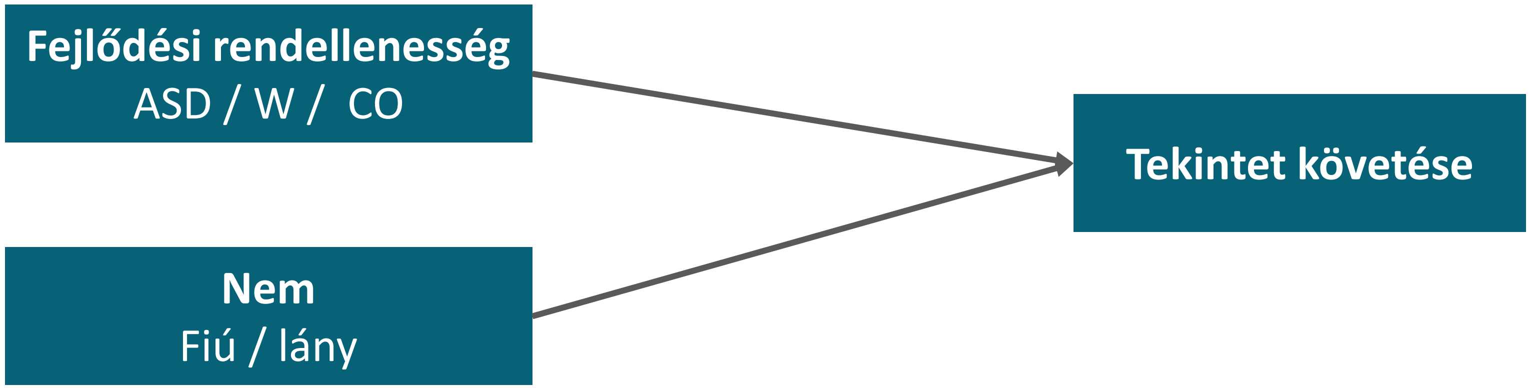
Független mintás elrendezés

Különbség autizmussal élő, Williams szindrómával élő és kontroll személyek között a tekintet követésében.

Összefüggő mintás elrendezés

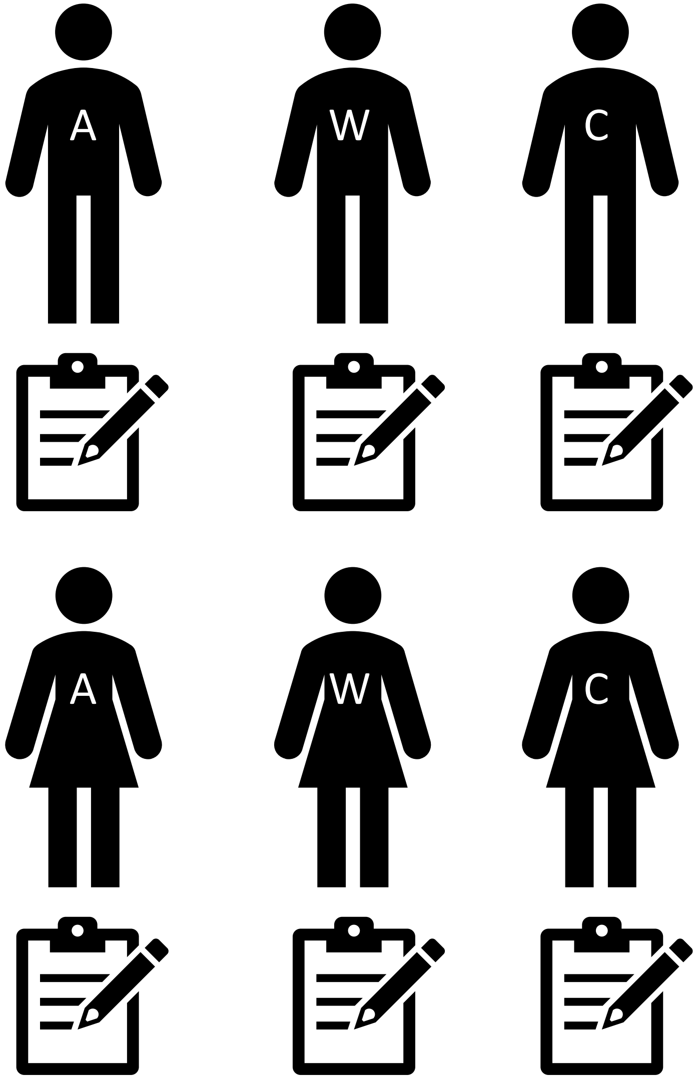
Különbség terápia előtt, után és egy év elteltével.
Különbség csecsemők 1 és 1,5 és 2 éves kori viselkedése között.
Különbség szociális ingerre, tárgyra és absztrakt ingerre adott válaszban.


Fejlődési rendellenesség
ASD / W / CO
Tekintet követése


Fejlődési rendellenesség
ASD / W / CO
Nem
Fiú / lány
Tekintet követése

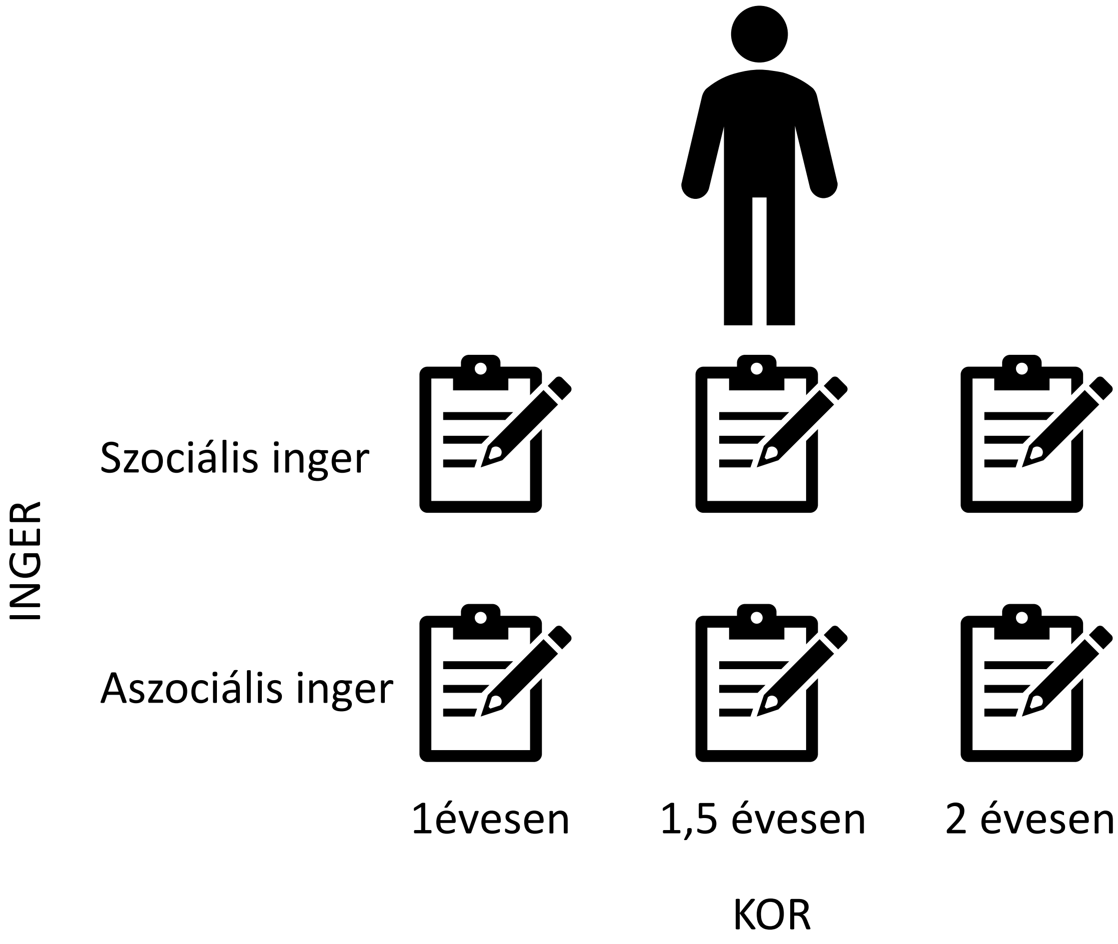
Független mintás többszempontos elrendezés

Nem

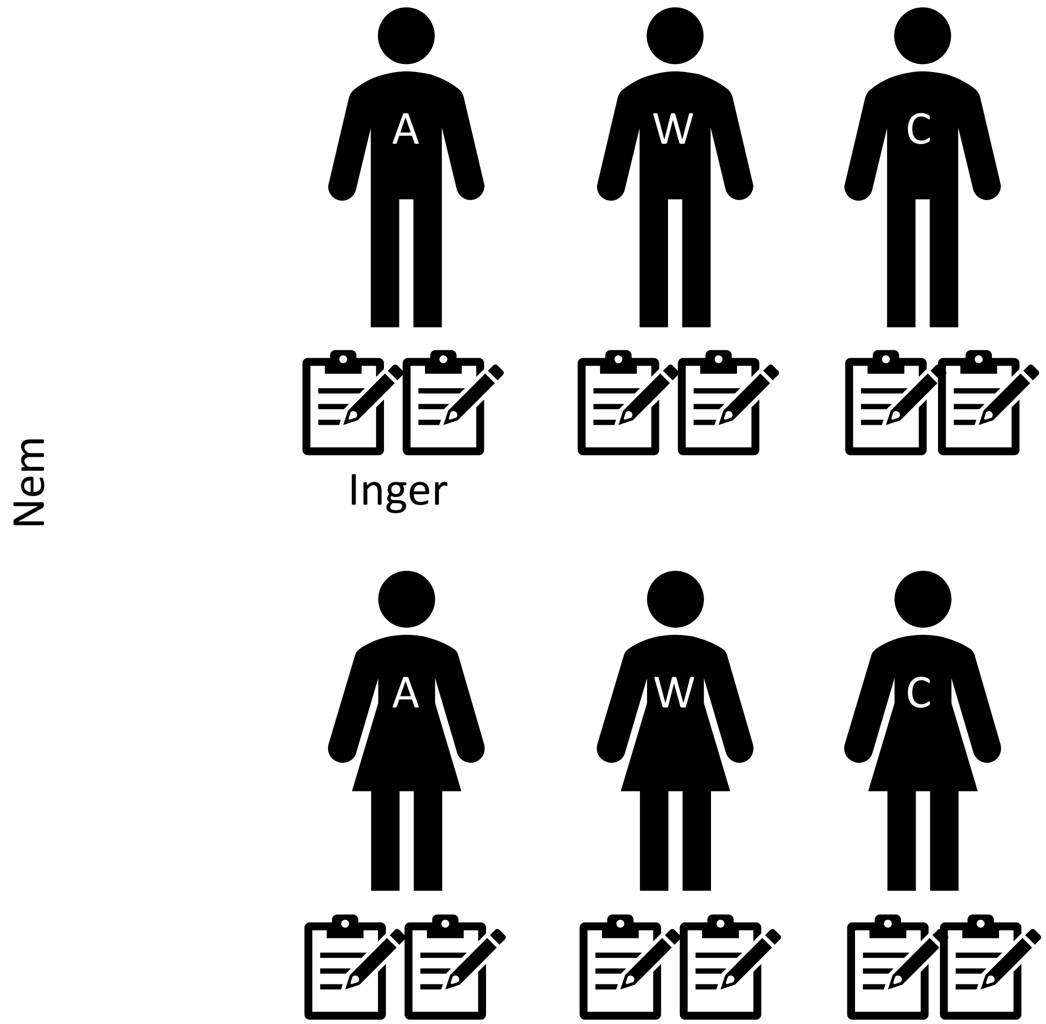


Fejlődési rendellenesség

Összefüggő mintás többszempontos elrendezés



Kevertmintás többszempontos elrendezés



Fejlődési rendellenesség

- Egyszempontos független mintás ANOVA
- Egyszempontos összefüggő mintás ANOVA

- Többszempontos független mintás ANOVA
- Többszempontos összefüggő mintás ANOVA
- Többszempontos kevert mintás ANOVA

- ANCOVA
- MANOVA

Az elméleti háttér

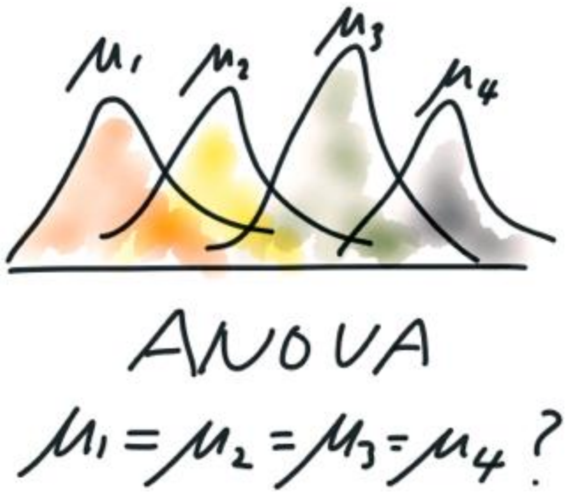
Megint jönnek a képletek!

ANOVA ▾

ANOVA - szem

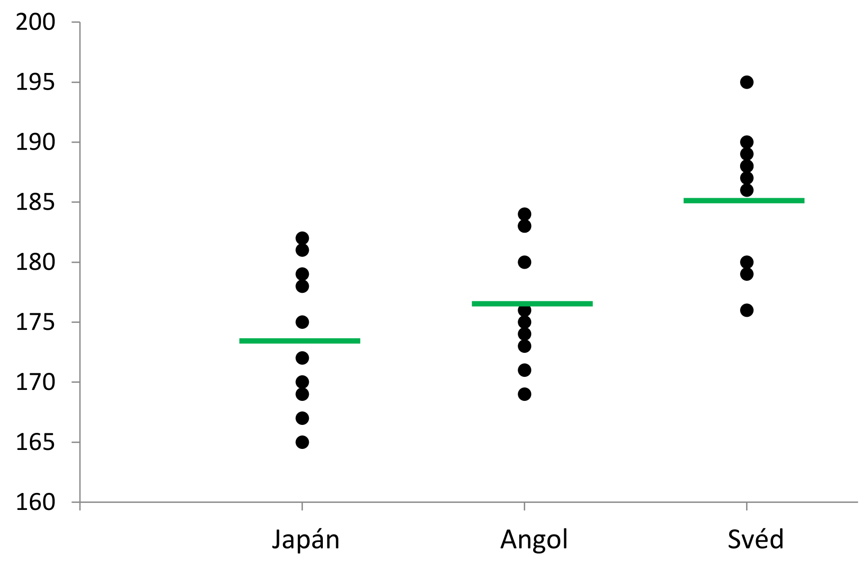
Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η_p^2
csoport	3530.035	2	1765.017	12.212	< .001	0.279
Residuals	9105.127	63	144.526			

Note. Type III Sum of Squares



Miért nem sok t-próba

- Funkcióját tekintve
  - a t-próbához hasonlóan minták közötti különbséget mér,
  - de míg a t-próbával mindig csak két mintát lehetett összehasonlítani, az ANOVA több minta összehasonlítására is alkalmas.
  - Különbözik-e a magasság a japánok, angolok, svédek között?



- Miért nem végzünk sok t-próbát?
  - Mert minél több t-tesztet végzünk, annál jobban nő az elsőfajú hiba aránya.
    - Ez azért van, mert minden egyes teszteléskor 5%-ban lehetőséget adunk a tévedésre
    - Ezt nevezzük **family-wise hibá**nak (FWER)– amikor ugyanazon az adaton sok azonos statisztikai próbát végzünk, elsőfajú hiba felhalmozódik
    - Öt minta esetén 10 párosítás lehetséges, tehát 10 t-próbát kellene végeznünk, hogy mindent mindennel összehasonlítsunk. Ekkor az FWER=$1-(.95)^{10}$=40%, azaz 40% valószínűsége van annak, hogy a kapott szignifikáns különbségeink közül legalább egy a véletlen műve.

A változók

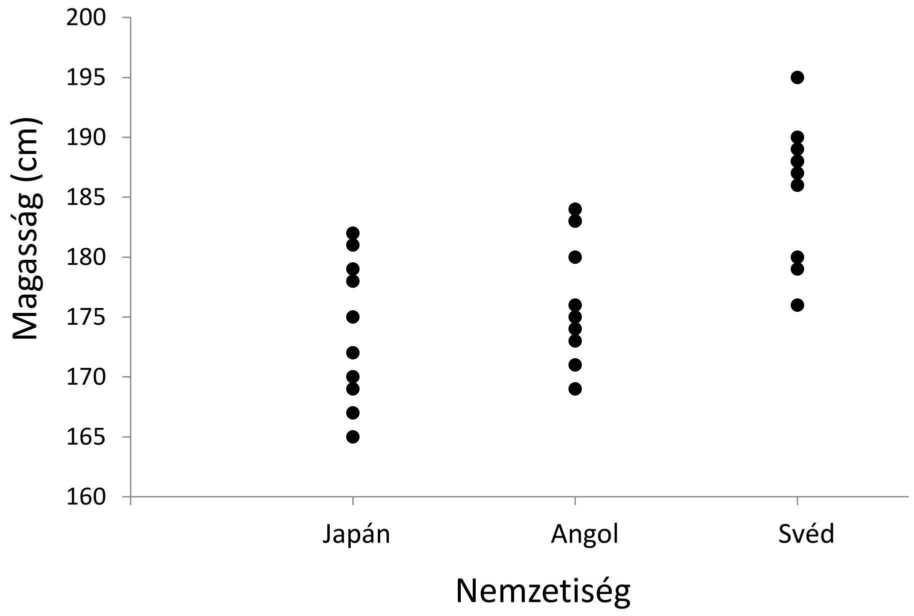
- Különbözik-e japánok, angolok, svédek magassága egymástól?

- **Függő változó**
  - Vagy más néven a **kimeneti változó** – a magasság
  - Kimenetinek nevezzük, mert ennek az értékét szeretnénk bejósolni

- **Független változó**
  - Vagy más néven a **prediktor változó**: a nemzetiség
  - Független mintás elemzésnél ez a csoportosító változó lesz
  - Összefüggő mintás elemzésnél egy kicsit bonyolultabb a helyzet, itt a prediktor szerepét a kondíciók töltik majd be

- Az elmélet a független mintás ANOVA mentén halad, de az itt megértett eljárás átültethető az összefüggő mintás elemzésre is

Függő változó, vagy más néven kimeneti változó



Független változó, vagy más néven a prediktor

Kapcsolódás a regresszióval

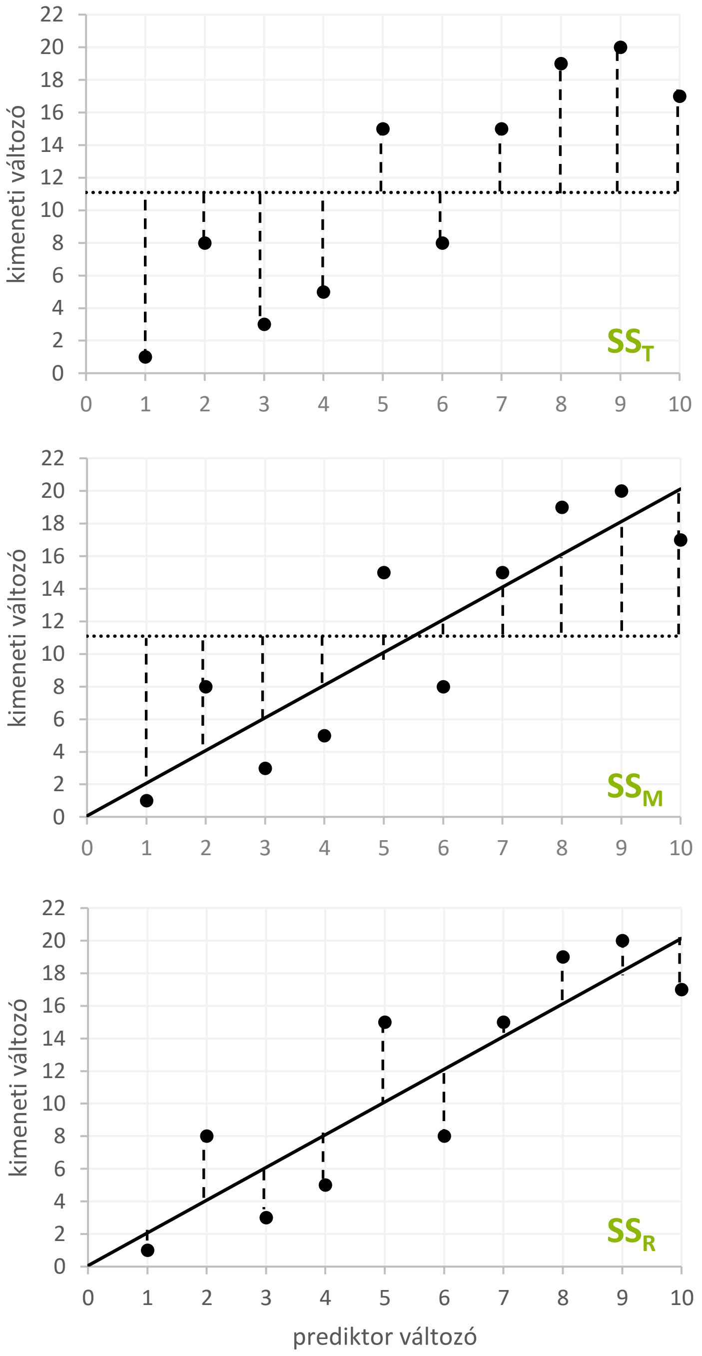
- **Az ANOVA és a lineáris regresszió matematikai koncepciója ugyanaz**

- **Effect-size mutató (R^2)**
  - **SS_T** = a mért pontok átlagtól való távolsága, a kimeneti változó teljes változatossága
  - **SS_R** = a pontok modellünktől való távolsága, a modell pontatlansága, a kimeneti változóból meg nem magyarázott változatosság
  - **SS_M** = a modellünk átlagtól való távolsága, a modell magyarázóereje, a kimeneti változóból megmagyarázott változatosság
  - Az effect-size a megmagyarázott és teljes variancia aránya

$$R^2 = \frac{SS_M}{SS_T}$$

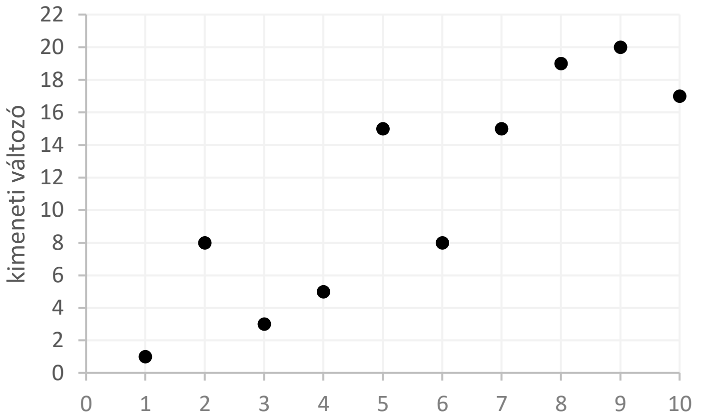
- **Statisztikai érték (F)** és a hozzá tartozó **szignifikancia**
  - **df_M** = a modell szabadságfoka (a modell összetettségének mutatója)
  - **df_R** = a hiba szabadságfoka (N - predikált paraméterek száma)
  - **MS_M** = SS_M / df_M = hatás
  - **MS_R** = SS_R / df_R = hiba
  - A statisztikai érték a hatás és hiba aránya

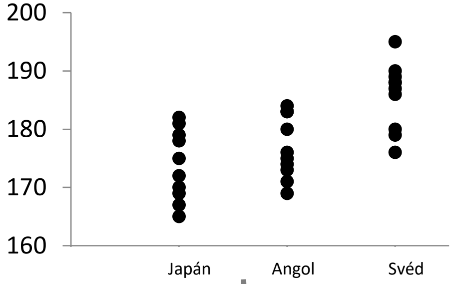
$$F = \frac{MS_M}{MS_R}$$



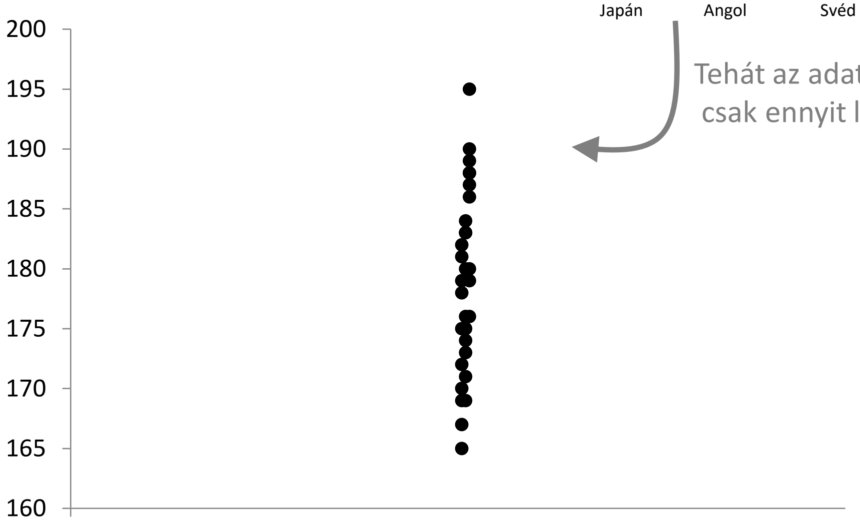
A referencia modell

Mekkora magasságot jósolnánk akkor, ha nem tudnánk ki milyen nemzetiségű, csak megkapnánk egy csomó ember magasság adatát?

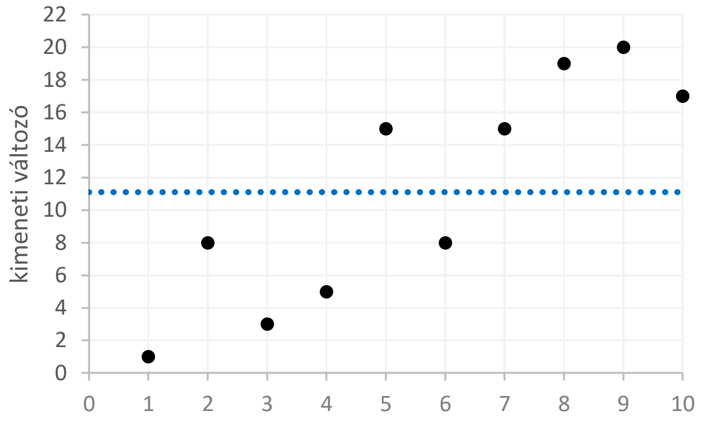




Tehát az adatokból csak ennyit látsz



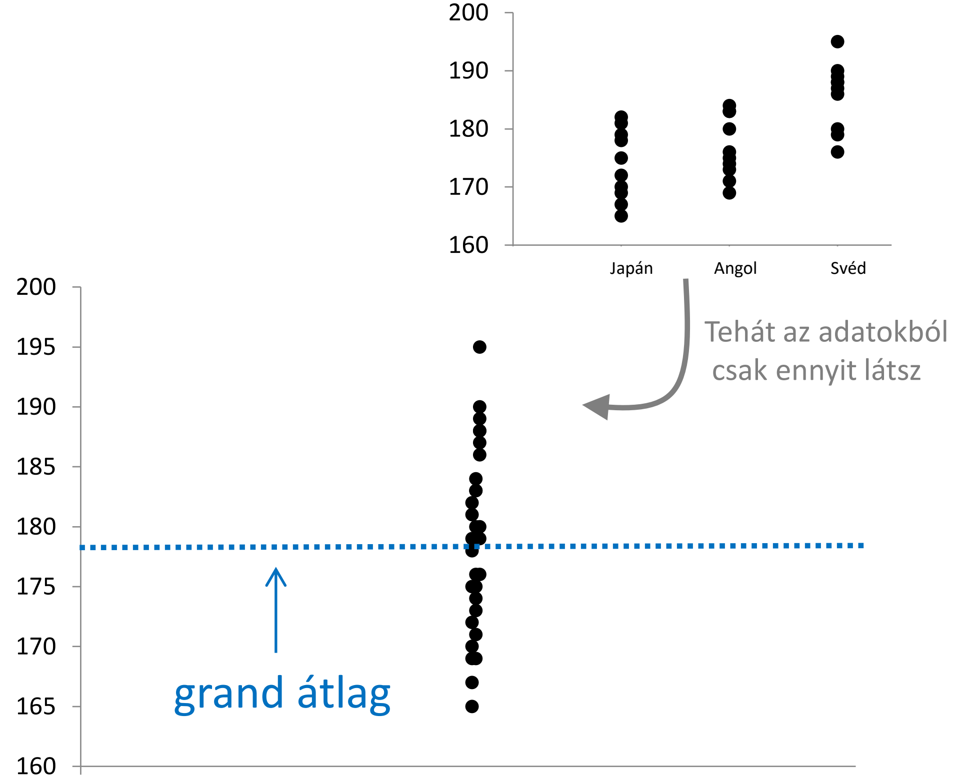
A referencia modell



Mekkora magasságot jósolnánk akkor, ha nem tudnánk ki milyen nemzetiségű, csak megkapnánk egy csomó ember magasság adatát?

Referencia modell a grand átlag

- A függő változó átlaga az összes csoportot egyben számolva.
- A legegyszerűbb modell (baseline), melyben még nem használjuk fel a független változó információját.
- Amihez majd hasonlítani tudjuk a modellünk (mennyivel másabb a predikció, ha figyelembe vesszük a prediktort)



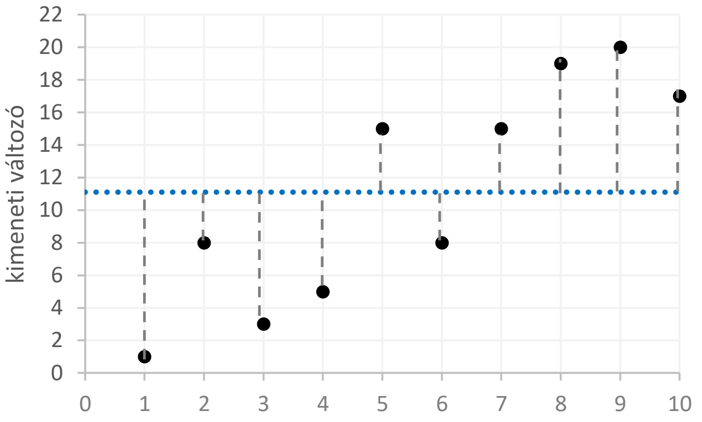
$\boldsymbol{N_T}$ = teljes elemszám

$\boldsymbol{M_T} = \frac{\sum x_i}{N_T}$ = grand átlag (mean of total) az összes ember magasságának átlaga (a nemzetiségtől függetlenül)

SS(T)

Mekkorát tévedünk ezzel a referencia modellel?

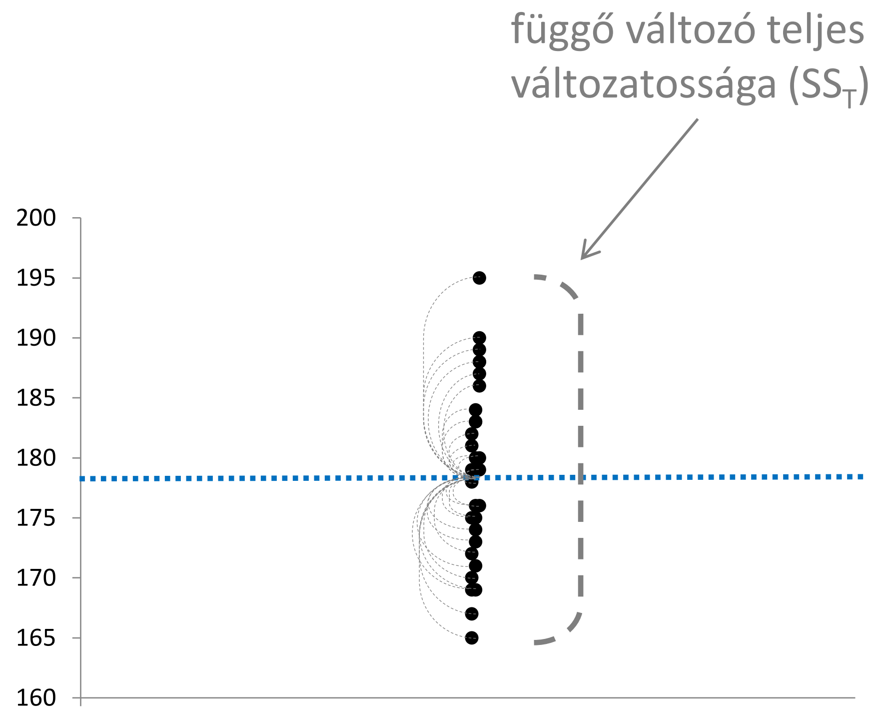
- Azaz mekkora a különbség a grand átlaggal predikált érték és a ténylegesen mért értékek között



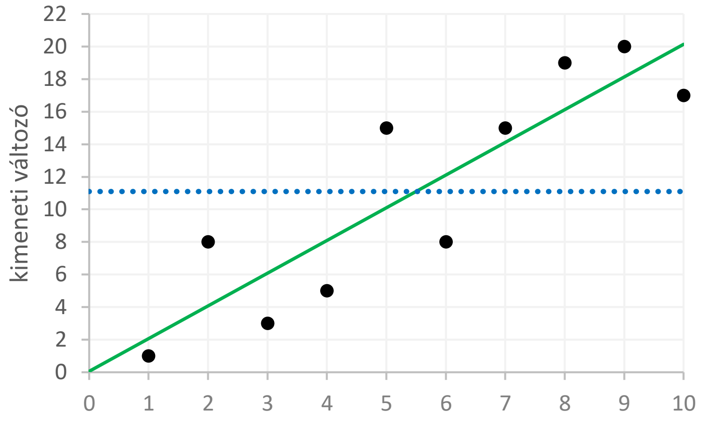
SS_T azaz **Sum of Squares of Total**

- Megadja, mekkora a négyzetes összváltozatosság a kimeneti változóban
- Vedd észre, a képlete mennyire emlékeztet a variancia, illetve a szórás képletére!
- A mért értékek grand átlagtól való távolságának négyzetösszege
- Itt még mindig nem számít, ki milyen nemzetiségű

- $SS_T = \sum(x_i - M_T)^2$

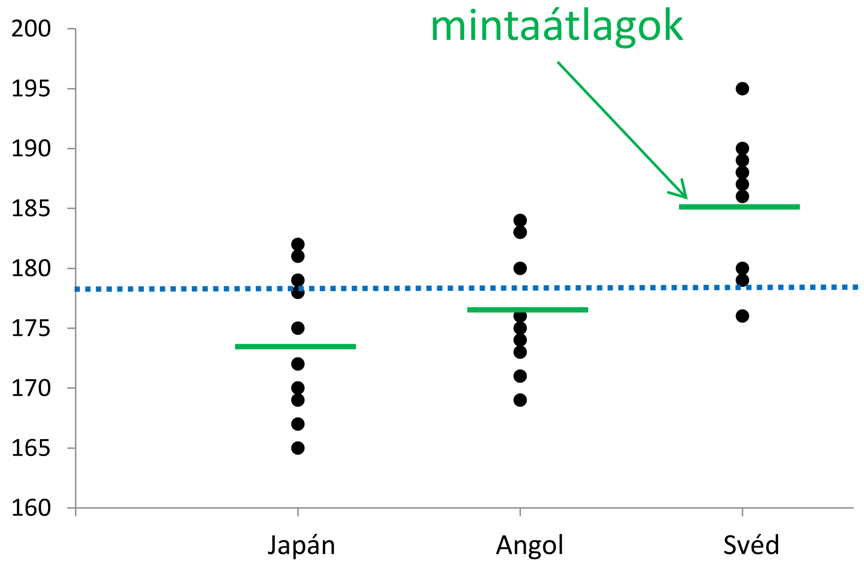


A predikált érték

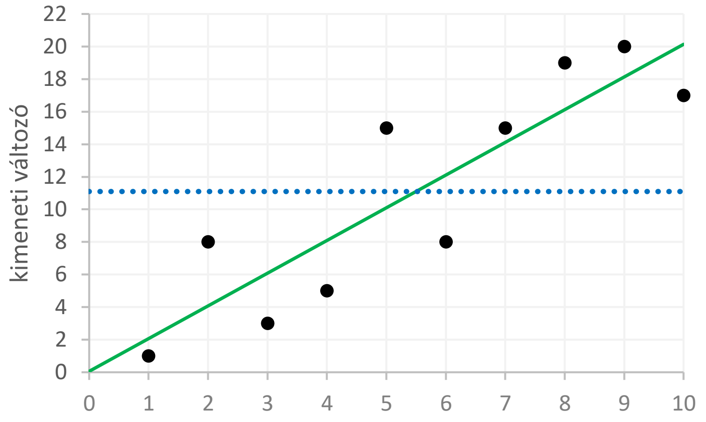


Mekkora magasságot jósolnánk akkor, ha tudnánk az emberek nemzetiségét is?

Ha már tudjuk a nemzetiséget, nyilván figyelembe vennénk a jóslatunkkor, és egy japán embernek a japán minta átlagát, a svédnek a svéd minta átlagot jósolnánk.



A predikált érték



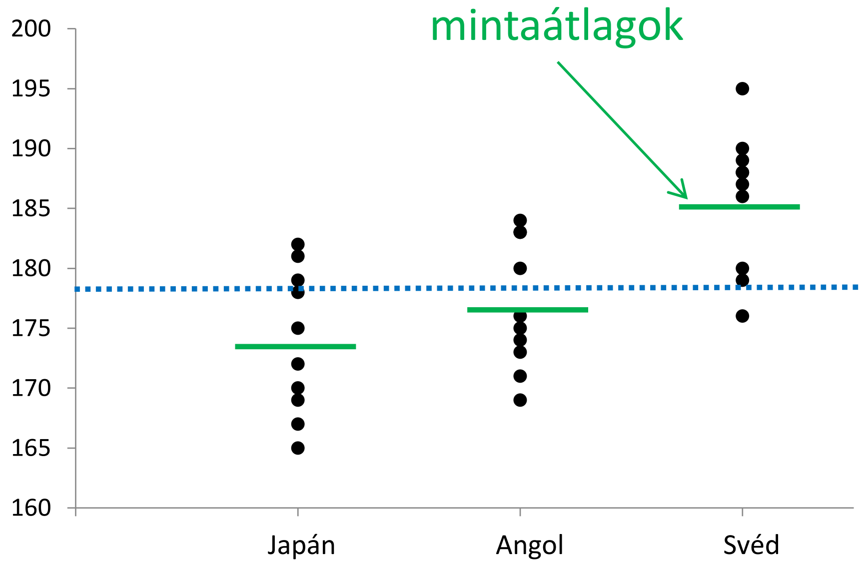
Predikált érték

Regresszióban a predikált értékek a regressziós egyenes mentén helyezkedtek el.

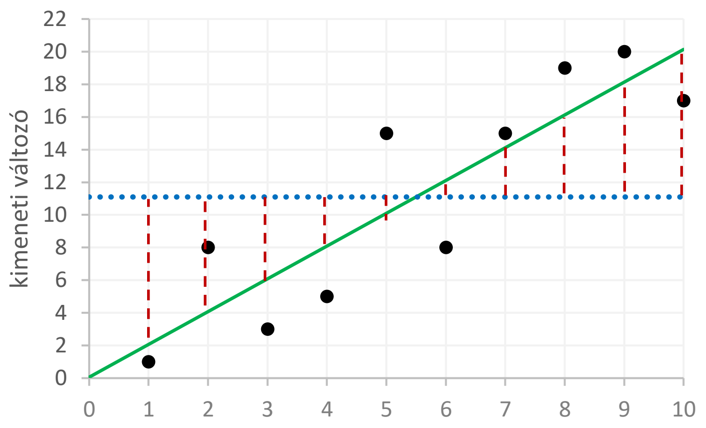
ANOVÁBAN a predikált értékek a mintaátlagok lesznek.

A nemzetiséget, mint prediktort is figyelembe vesszük a becslés során, azaz a grand átlag helyett például a japánoknak a japán minta átlagát fogjuk predikálni, mert ezáltal – ha a prediktornak van hatása a függő változóra – pontosabb becslést tudunk tenni, mint amilyen a grand átlag lenne.

$$M_{jap} = \frac{\sum x_{jap,i}}{N_{jap}} \qquad M_{ang} = \frac{\sum x_{ang,i}}{N_{ang}} \qquad M_{sv} = \frac{\sum x_{sv,i}}{N_{sv}}$$



SS(M)



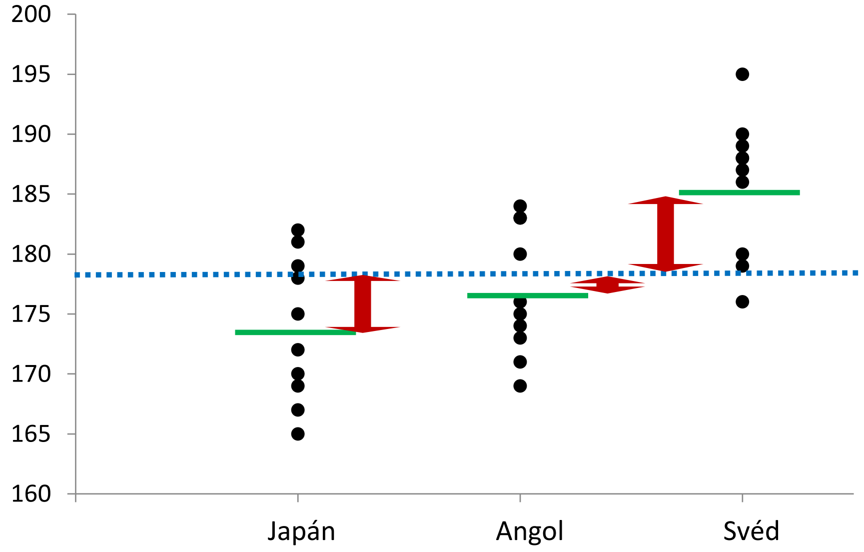
A független változót is figyelembe véve pontosabb becslést tudunk adni a függő változóra, mint amilyen a grand átlag volt.

Mennyivel is predikálunk most mást?

> Annyival, amekkora **különbség a mintaátlagok és a grand átlag között** van.

SS_M azaz **Sum of Squares of Model**

- Megadja, hogy mennyivel tudunk mást, többet mondani a nemzetiséget is figyelembe véve, mintha csak a grand átlagot használnánk a predikcióra, mennyiben tudunk a különböző nemzetiségekre különböző predikciót tenni.



SS(M)

- Egyetlen japán:

$$(M_{jap} - M_T)^2$$

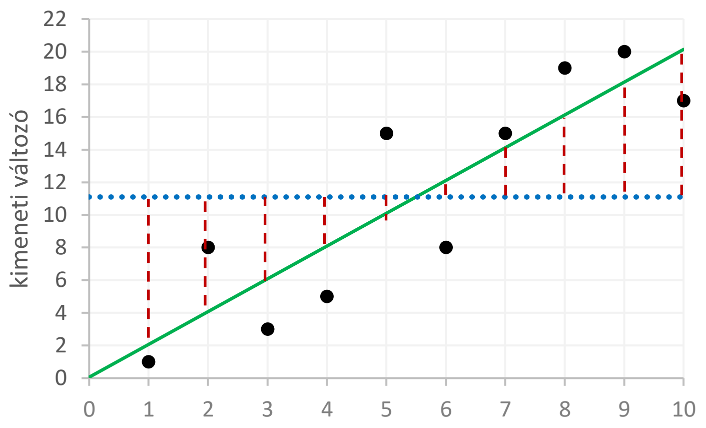
- Az összes japán:
Minden egyed esetében kiszámoljuk a predikció (mintaátlag) és grandátlag közötti különbséget, mely azonban itt az egyes csoportokon belül azonos érték lesz.

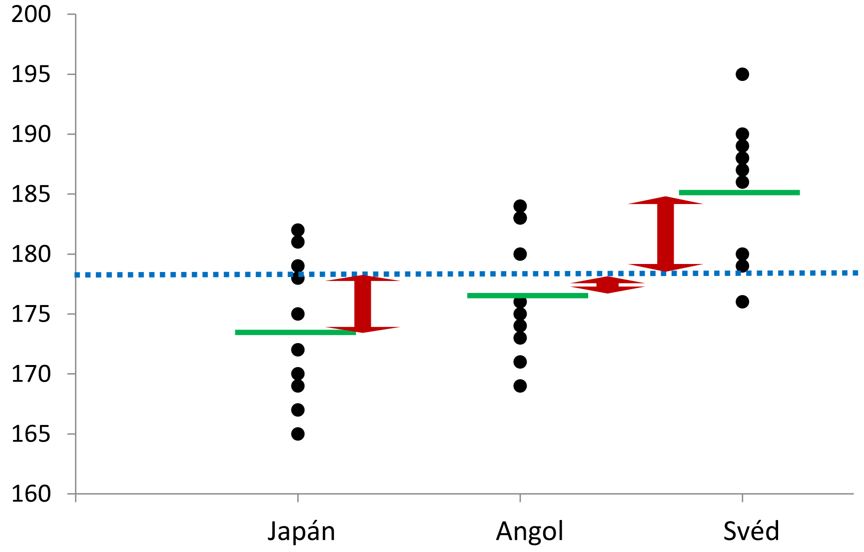
$$(M_{jap} - M_T)^2 * N_{jap}$$

- A teljes minta:

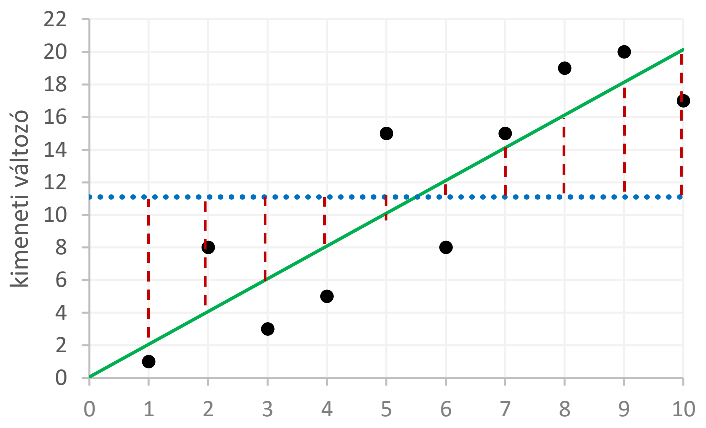
$$SS_M = \quad (M_{jap} - M_T)^2 * N_{jap} \quad + \quad (M_{ang} - M_T)^2 * N_{ang} \quad + \quad (M_{sv} - M_T)^2 * N_{sv}$$

$$SS_M = \sum((M_j - M_T)^2 * N_j)$$





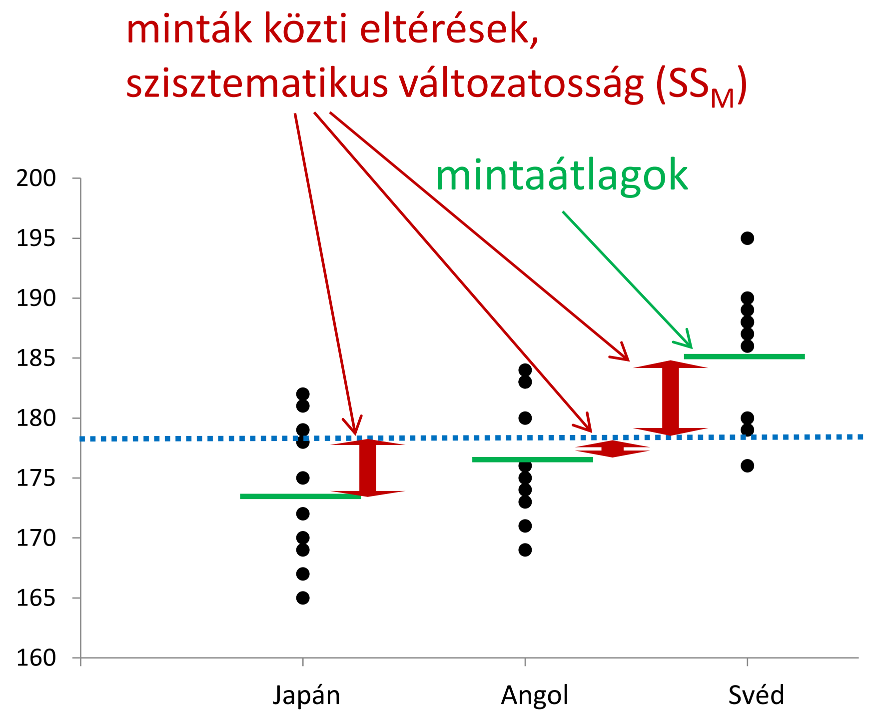
SS(M)



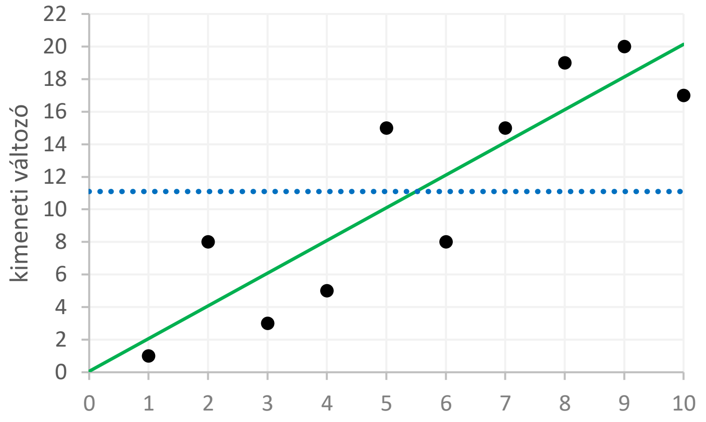
A modell által predikált értékek (mintaátlagok) és a grand átlag távolságának négyzetösszege.

A kimeneti változó változatosságának a prediktor által megmagyarázható része.

A minták közötti eltérés.



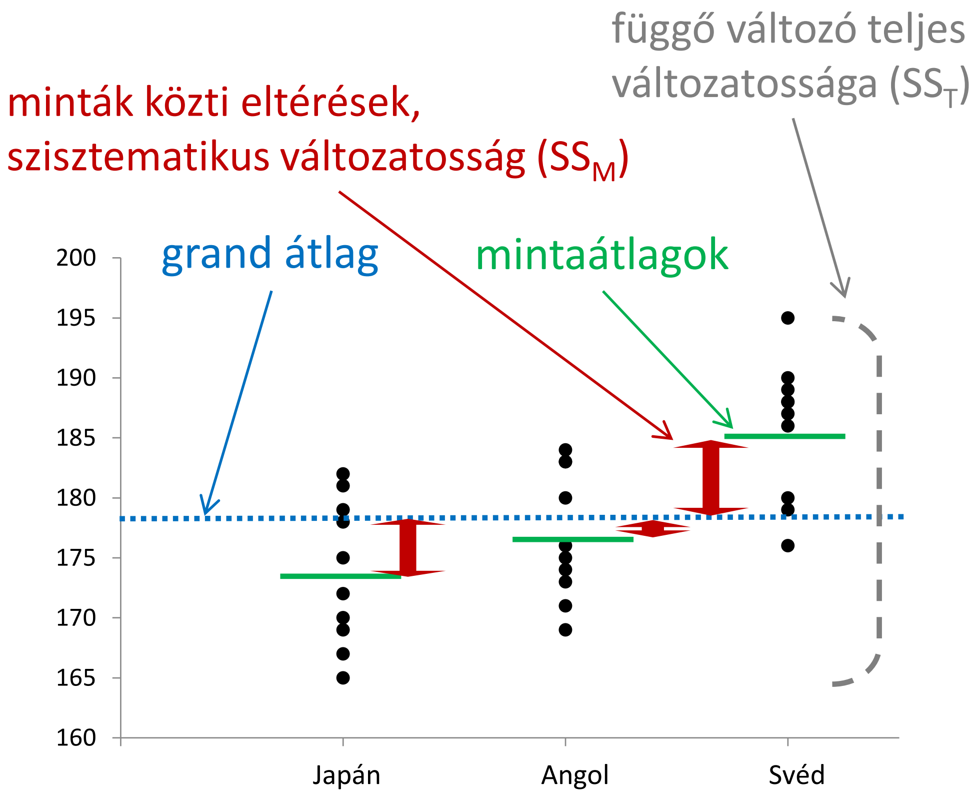
ANOVA effect-size mutatója



Effect size

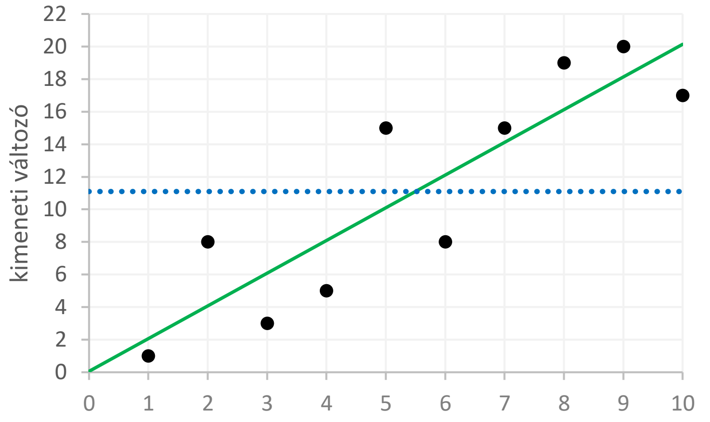
- Az effect-size a hatás nagyságát méri.
- A függő változó változatosságának mekkora részét magyarázza a független változó.
- Azaz hány százalékban magyarázza az emberek magasságában látható különbségeket az, hogy különböző nemzetiségűek.

$$R^2 = \frac{SS_M}{SS_T}$$



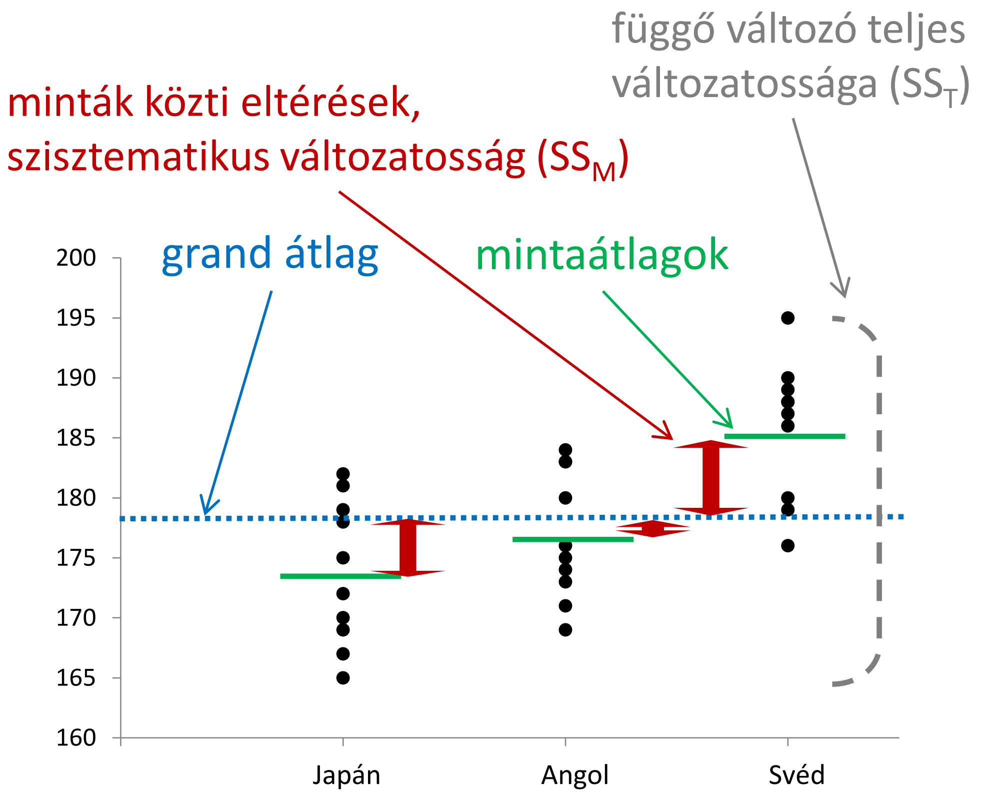
ANOVA effect-size mutatója

- Az eddig tanult statisztikai próbákban r-értéket használtunk effect-size mutatóként. Ez ugyanaz a mutató, csak négyzetre emelve.

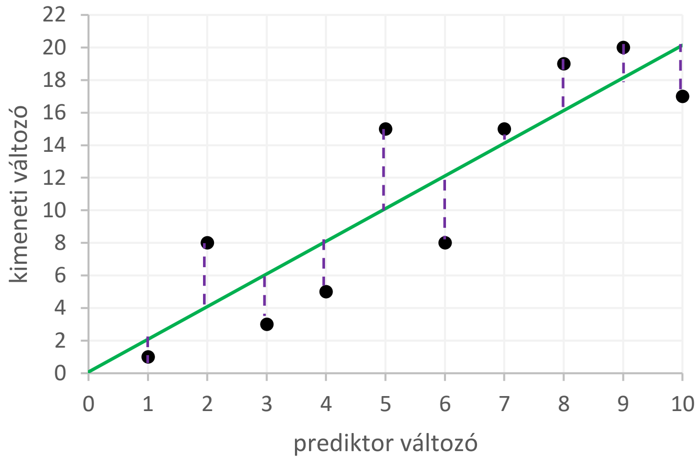


- Az négyzetes megjelenítés nagy előnye, hogy szemléletes a jelentése: az R^2 egy százalékban értendő érték, megadja, hogy a prediktor változó hány százalékát magyarázza a kimeneti változó változatosságának.

- ANOVÁban is az R^2-et használjuk a hatásnagyság mérésére, de azt korrigálni szokás (hasonlóképp, mint ahogy az Adj. R^2-et használtuk regresszióban).
  - ω^2 [omega-négyzet]
  - η^2 [eta-négyzet]
  - Parciális η^2.

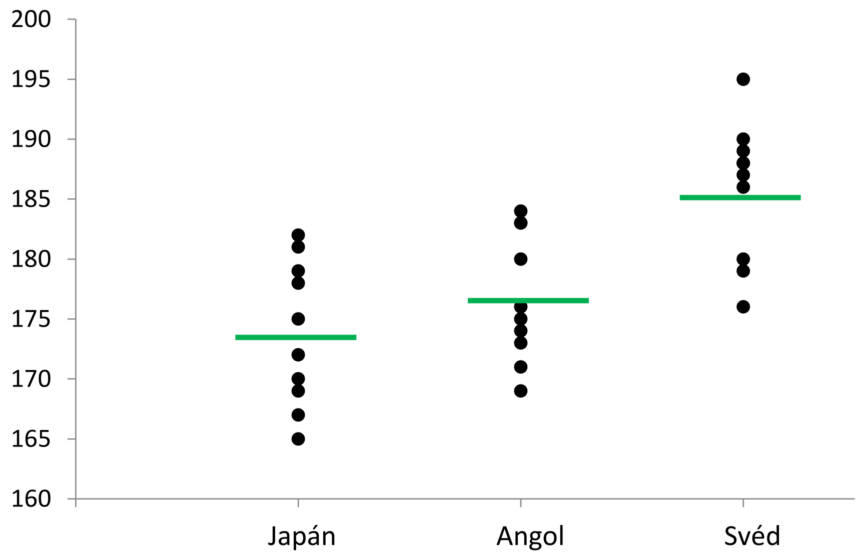


SS(R)



Ez mind szép, a független változót figyelembe vevő modellünk pontosabb, mint a referencia modell, de azért ez sem tökéletes.

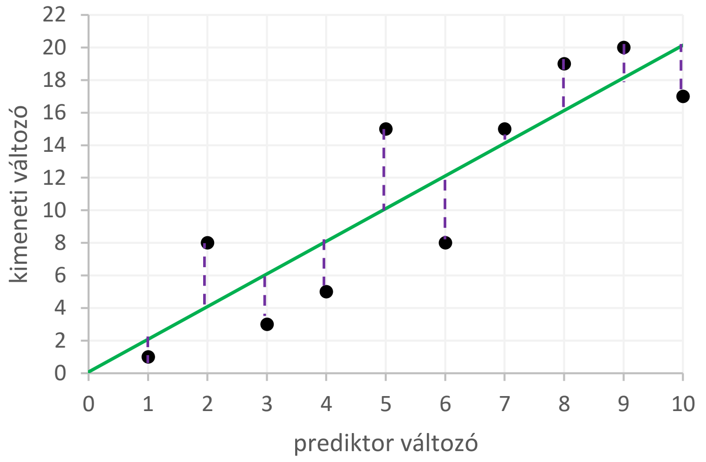
Mekkora a tévedésünk, ha a nemzetiséget figyelembe véve jósoljuk meg a magasságot?

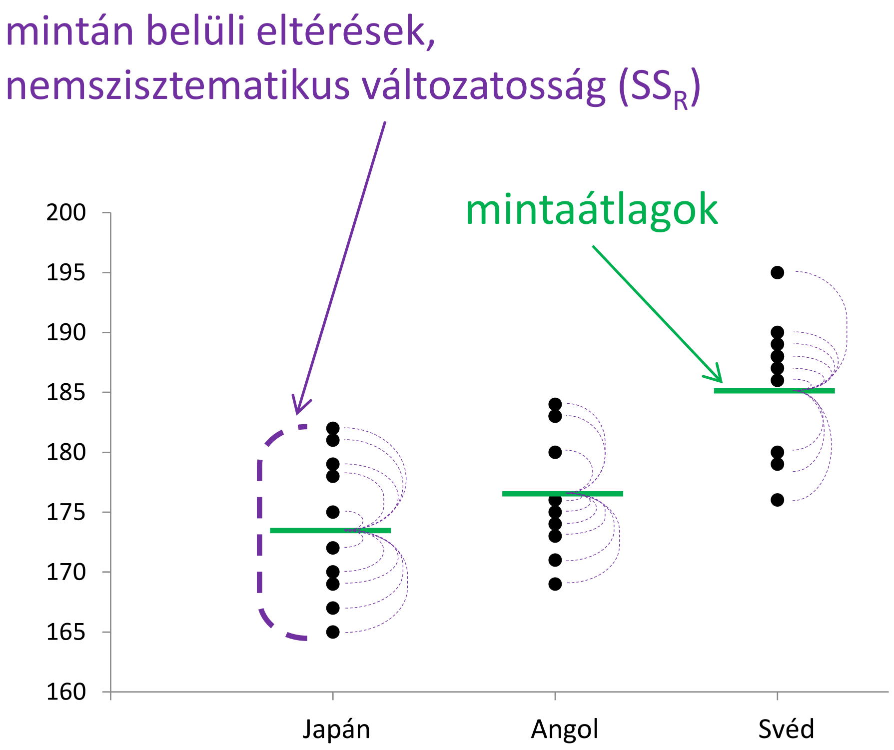


SS(R)

SS_R azaz **Sum of Squares of Reziduals**

- Az össz-négyzetes eltérés a predikált és a ténylegesen mért értékek között – azaz vesszük a négyzetes eltérést minden személy értéke és a csoportjához tartozó mintaátlag között, és ezeket a négyzetes eltéréseket összegezzük.
- Megadja, hogy mekkorát tévedünk, amikor a magasságot a csoportátlagokkal predikáljuk.
- Azaz ez a teljes változatosság azon része, amit a modellel nem tudunk magyarázni (azt hogy vannak alacsonyabb és magasabb japánok, a nemzetiség nem magyarázza).
- Nevezik a **minták belüli eltérés**eknek, vagy nemszisztematikus varianciának is.
- $SS_R = \sum(x_{j,i} - M_j)^2$





Hatás

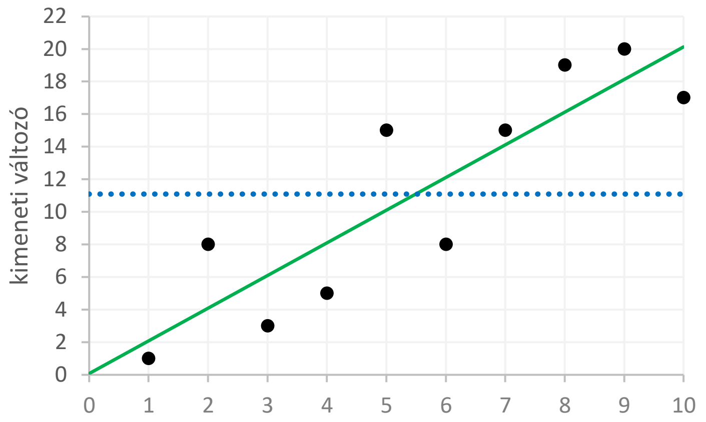
- df_M
  - a modell szabadságfoka
  - a modell összetettségének mutatója
  - Itt csoportok száma – 1

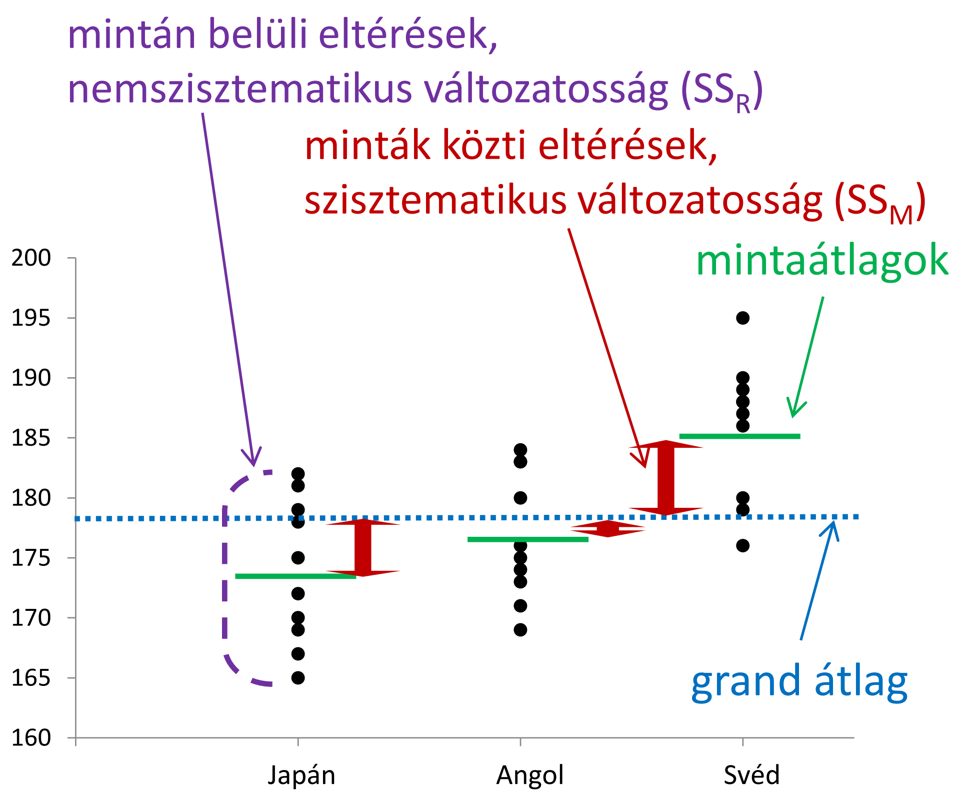
- $MS_M = SS_M / df_M$ = hatás

Hiba

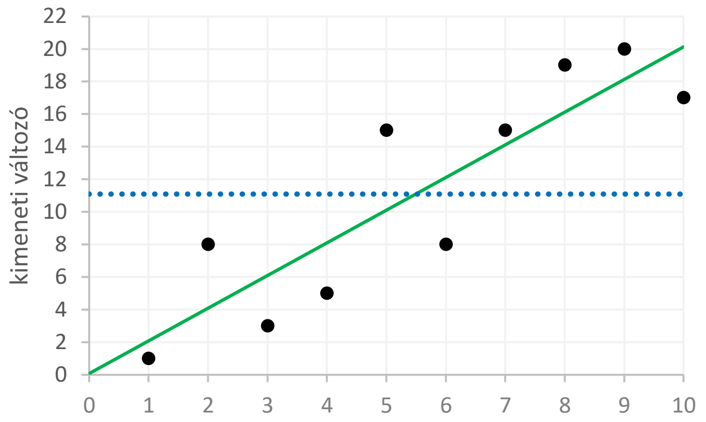
- df_R
  - a hiba szabadságfoka
  - N - predikált paraméterek száma

- $MS_R = SS_R / df_R$ = hiba





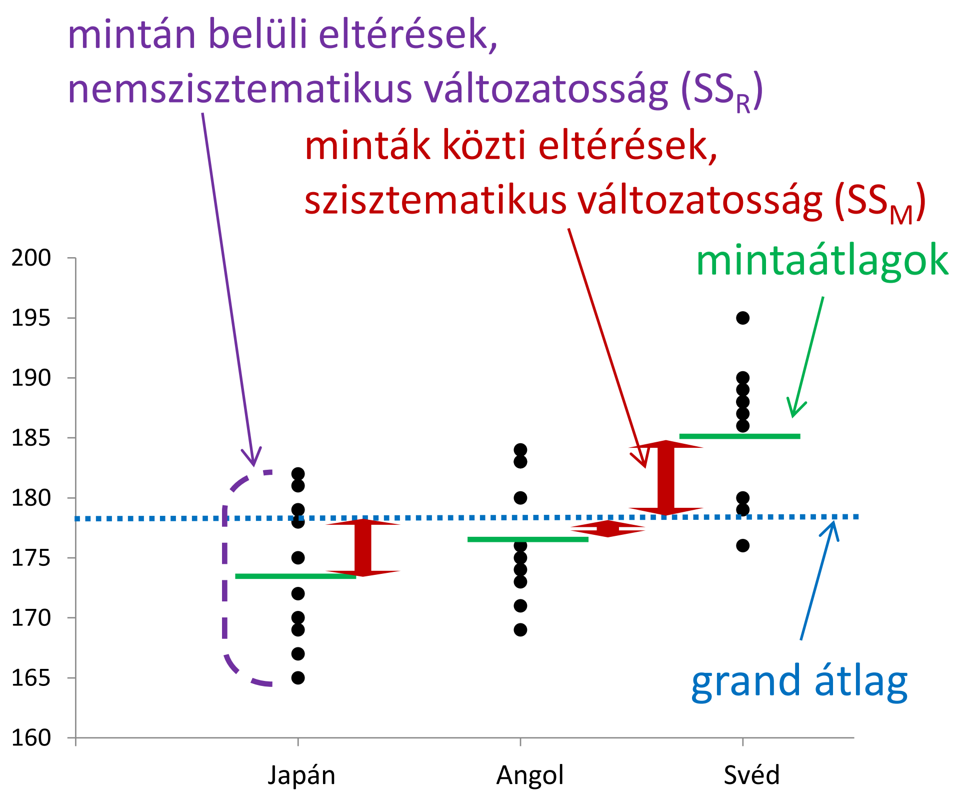
F-érték, a statisztikai érték



A statisztikai érték a hatás és hiba aránya

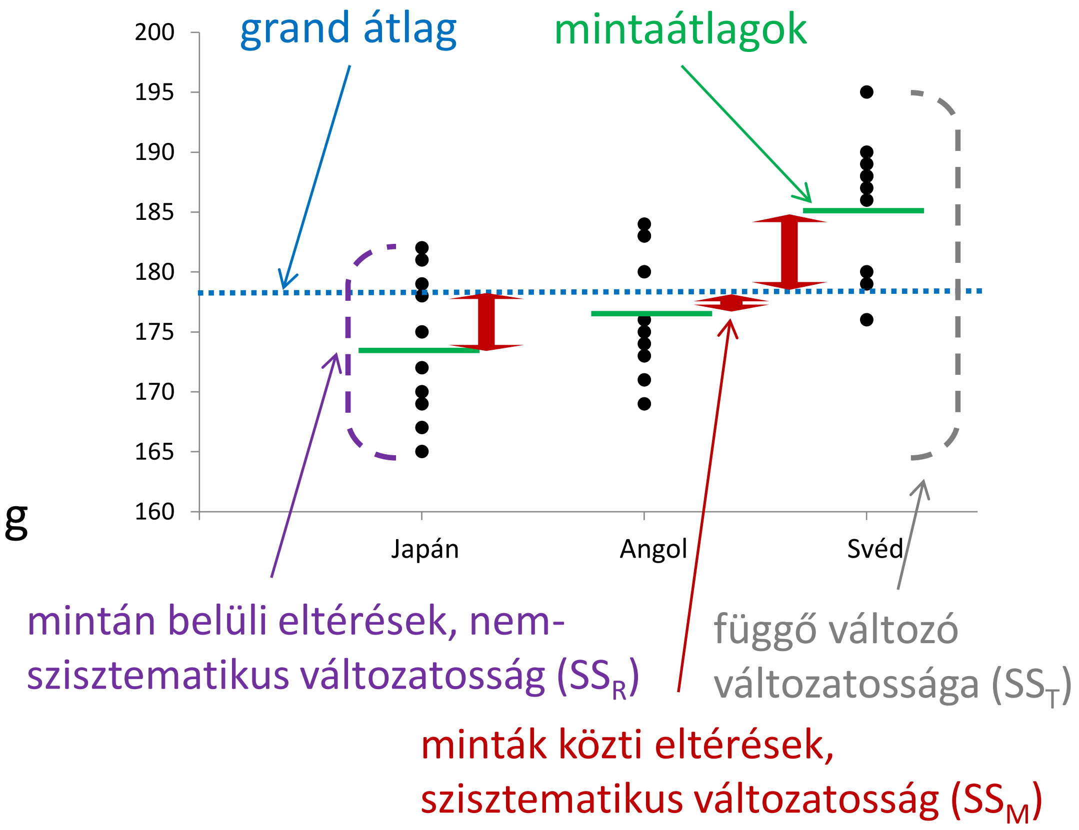
$$\boldsymbol{F} = \frac{MS_M}{MS_R} = \frac{\frac{SS_M}{df_M}}{\frac{SS_R}{df_R}}$$

A *p*-érték az *F*-értékhez rendelhető hozzá a szabadságfokok ismeretében

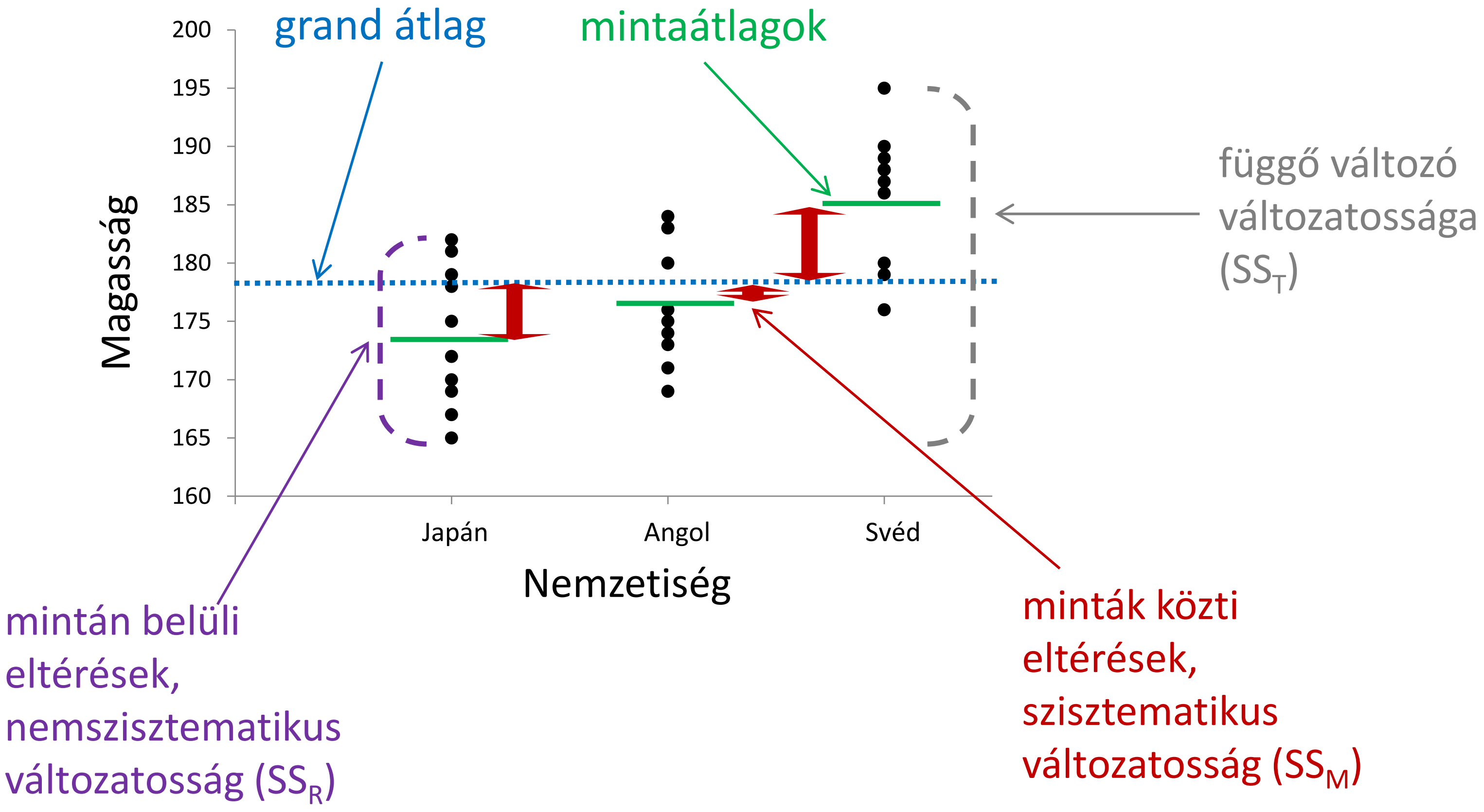


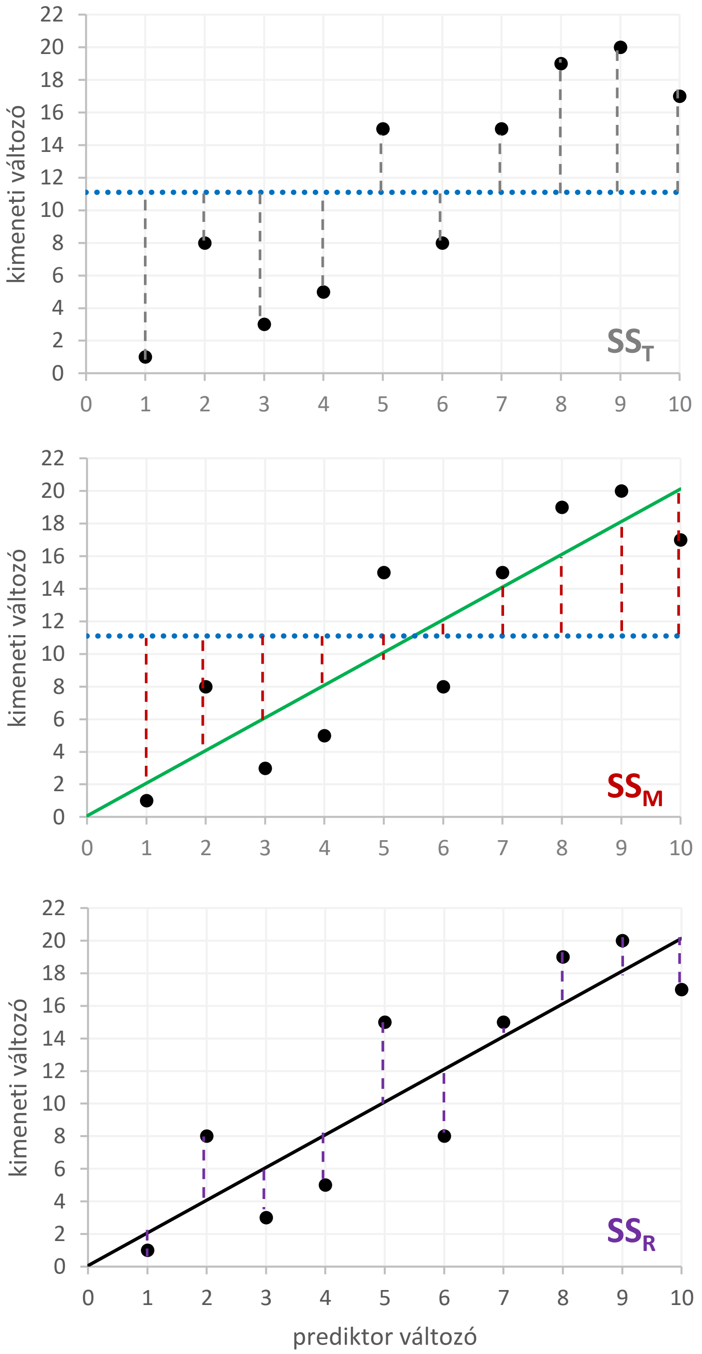
Összegezve

- Összegezve az ANOVÁban mindig van egy független, azaz **prediktor**, és egy függő, azaz **kimeneti változó**. A prediktor segítségével szeretnénk bejósolni a kimeneti változó értékét. Azaz szeretnénk jóslatot tenni arra ki milyen magas a nemzetiségét is figyelembe véve. Ezek a jóslatok, azaz **predikált értékek** a **mintaátlagok** lesznek.
- Látjuk, hogy a kimeneti változónak van valamekkora változatossága, hiszen vannak a alacsonyabb, és magasabb emberek is. Ezt nevezzük **teljes változatosság**nak.
- Ezt a változatosságot **részben meg tudjuk magyarázni** a prediktorral, mivel a különböző nemzetiségű személyekből álló **minták között különbség** van a magasságban (a japánok általában alacsonyabbak, a svédek általában magasabbak).
- Részben pedig **nem tudjuk megmagyarázni**, hiszen a **mintán belül** is vannak **különbségek** (azaz vannak alacsonyabb és magasabb japánok is)
- Az ANOVA effect-size mutatója megadja, a teljes változatosság mekkora részét tudjuk megmagyarázni.
- Az ANOVA statisztikai értéke pedig a átlagosan megmagyarázott és meg nem magyarázott változatosság aránya.



Összegezve


grand átlag
mintaátlagok
Magasság
200
195
190
185
180
175
170
165
160
Japán
Angol
Svéd
Nemzetiség
függő változó változatossága (SS_T)
mintán belüli eltérések, nemszisztematikus változatosság (SS_R)
minták közti eltérések, szisztematikus változatosság (SS_M)


kimeneti változó
SS_T
kimeneti változó
SS_M
kimeneti változó
SS_R
prediktor változó

Példa 3 mintával

minta	érték
1	3
1	4
1	5
1	3
1	6
2	5
2	6
2	4
2	6
3	4
3	5
3	8
3	6
3	5
3	5

Elemszámok:

N_{Total} a teljes vizsgálat elemszáma

$\mathbf{N_T = 15}$

N_{Minta} a minták elemszámai

$\mathbf{N_{Minta1} = 5}$ $\mathbf{N_{Minta2} = 4}$ $\mathbf{N_{Minta3} = 6}$

Szabadságfokok:

df_{Total} a teljes mintához tartozó szabadságfok

$\mathbf{df_T} = N_T - 1 = \mathbf{14}$

df_{Minta} a mintákhoz tartozó szabadságfok

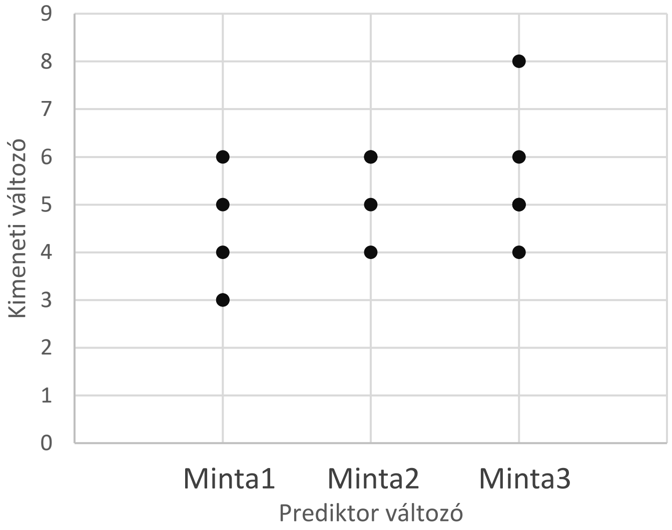
$\mathbf{df_{Minta1}} = N_{Minta1} - 1 = \mathbf{4}$ $\mathbf{df_{Minta2} = 3}$ $\mathbf{df_{Minta3} = 5}$

$df_{Residual}$ a hibához (mintákon belüli változatosság) tartozó szabadságfok

$\mathbf{df_R} = df_{Minta1} + df_{Minta2} + df_{Minta3} = 4 + 3 + 5 = \mathbf{12}$

df_{Model} a modelhez (minták közötti változatosság) tartozó szabadságfok. Hányszor tudok a minták közül szabadon választani? Mintaszám – 1 alkalommal

$\mathbf{df_M} = 3 - 1 = \mathbf{2}$



Minta	N	df	M
Minta1	5	4	
Minta2	4	3	
Minta3	6	5	
Total	15	14	

ANOVA	df	SS	MS
Model	2		
Residual	12		
Total	14		

Példa 3 mintával

minta	érték
1	3
1	4
1	5
1	3
1	6
2	5
2	6
2	4
2	6
3	4
3	5
3	8
3	6
3	5
3	5

Minta	N	df	M
Minta1	5	4	4.2
Minta2	4	3	5.25
Minta3	6	5	5.5
Total	15	14	5
ANOVA	**df**	**SS**	**MS**
Model	2		
Residual	12		
Total	14		

Átlagok:

Grand átlag (M_{Total}) az összes érték átlaga

A grandátlag lesz a referencia

(X-szel az egyedek vannak jelölve)

$$M_T = \frac{\sum X}{N} = \frac{3+4+5+3+6+5+6+4+6+4+5+8+6+5+5}{15} = 5$$

Minták átlagai (a mintához tartozó egyedek átlagai

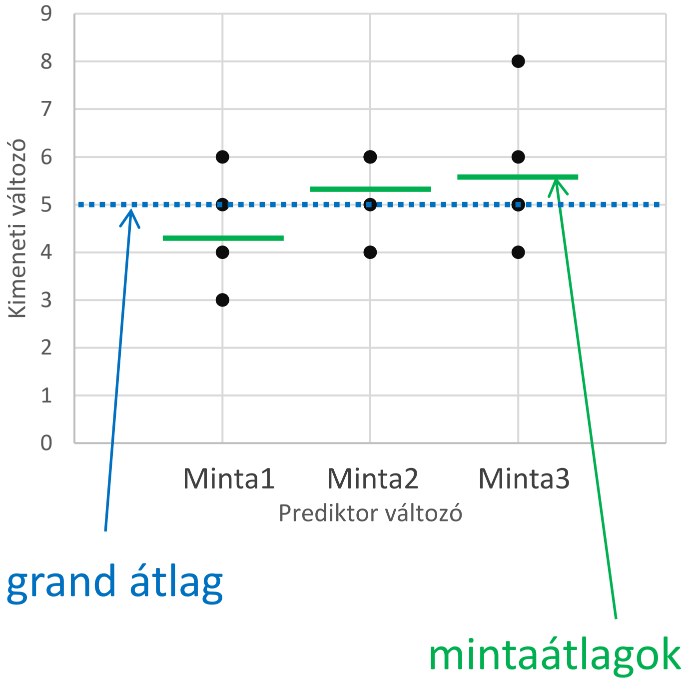
A mintaátlagok lesznek a különböző mintákhoz predikált értékek

(X_{Minta1}-gyel az első mintához tartozó egyedek vannak jelölve)

$$M_{Minta1} = \frac{\sum X_{MINTA1}}{N_{MINTA1}} = \frac{3+4+5+3+6}{5} = 4.2$$

$$M_{Minta2} = \frac{\sum X_{MINTA2}}{N_{MINTA2}} = \frac{5+6+4+6}{4} = 5.25$$

$$M_{Minta3} = \frac{\sum X_{MINTA3}}{N_{MINTA3}} = \frac{4+5+8+6+5+5}{6} = 5.5$$



Példa 3 mintával

minta	érték
1	3
1	4
1	5
1	3
1	6
2	5
2	6
2	4
2	6
3	4
3	5
3	8
3	6
3	5
3	5

minta	N	df	M
Minta1	5	4	4.2
Minta2	4	3	5.25
Minta3	6	5	5.5
Total	15	14	5
ANOVA	**df**	**SS**	**MS**
Model	2		
Residual	12		
Total	14	24	

Total Sum of Squares

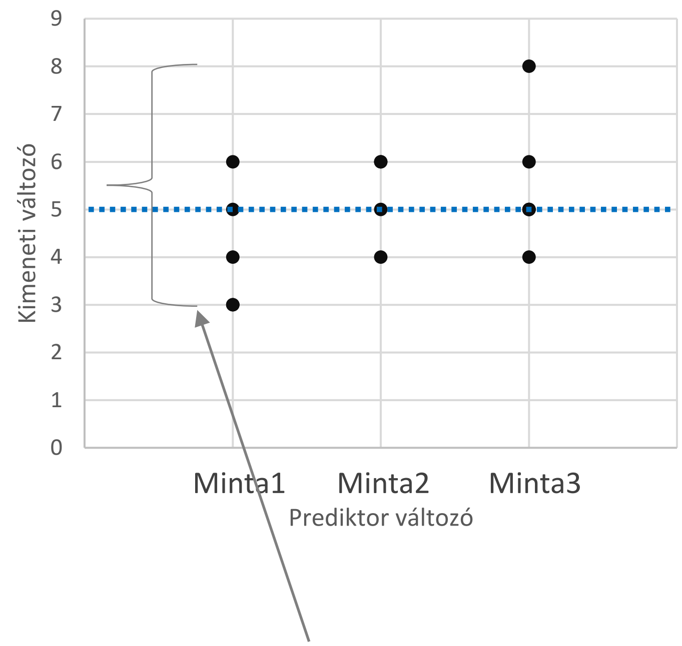
SS_{Total} – összes mért érték (függetlenül attól melyik mintába tartozik) és a grandátlag távolságának négyzetösszege

Ez a függő változó teljes változatossága

Számolása során minden személy értékéből kivonjuk a grandátlagot, a kapott különbséget négyzetre emeljük és ezeket összeadjuk.

$SS_T = \sum(xi - M_T)^2 = (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (6-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 + (6-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 = \mathbf{24}$

Total Sum of Squares
SS_{Total} – összes mért érték (függetlenül attól melyik mintába tartozik) és a grandátlag távolságának négyzetösszege
Ez a függő változó teljes változatossága
Számolása során minden személy értékéből kivonjuk a grandátlagot, a kapott különbséget négyzetre emeljük és ezeket összeadjuk.
$SS_T = \sum(xi - M_T)^2 = (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (6-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 + (6-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 = 24$



Függő változó teljes varianciája

Példa 3 mintával

minta	érték
1	3
1	4
1	5
1	3
1	6
2	5
2	6
2	4
2	6
3	4
3	5
3	8
3	6
3	5
3	5

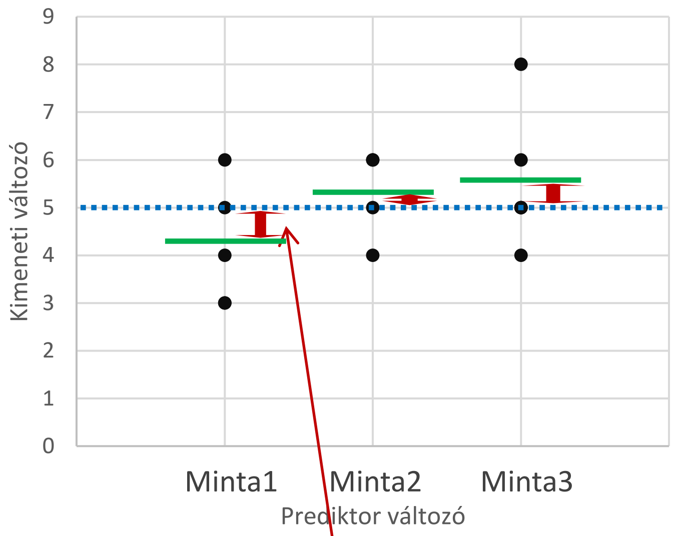
Model Sum of Squares

SS_{Model} – minden mért érték helyén a modell által predikált érték (mintaátlag) és a grandátlag távolságának négyzetösszege

Megadja, mennyivel tér el a modell által predikált érték a grandátlagtól.

ANOVÁban kicsit más a megfogalmazás, itt azt mondjuk, ez a minták közötti eltérések összege.

De e kettő ugyanazt jelenti – ha nem lenne a minták között eltérés, akkor minden mintaátlag a grandátlagnál lenne, tehát a predikált érték (mintaátlag) és grandátlag távolsága 0 lenne.



minták közti eltérések, szisztematikus variancia

Minta	N	df	M
Minta1	5	4	4.2
Minta2	4	3	5.25
Minta3	6	5	5.5
Total	15	14	5
ANOVA	**df**	**SS**	**MS**
Model	2	4.95	
Residual	12		
Total	14	24	

Számolása: egy mintán belül minden egyednél a mintaátlagot predikáljuk, tehát minden minta esetén a mintaelemszámszor kell a mintaátlag és a grandátlag közötti különbség négyzetét összeadni

$SS_M = \sum N_{MINTA,j} * (M_{MINTA,j} - M_T)^2 = 5*(4.2 - 5)^2 + 4*(5.25 - 5)^2 + 6*(5.5 - 5)^2 =$ **4.95**

minta	érték
1	3
1	4
1	5
1	3
1	6
2	5
2	6
2	4
2	6
3	4
3	5
3	8
3	6
3	5
3	5

Minta	N	df	M
Minta1	5	4	4.2
Minta2	4	3	5.25
Minta3	6	5	5.5
Total	15	14	5
ANOVA	**df**	**SS**	**MS**
Model	2	4.95	
Residual	12	19.05	
Total	14	24	

Példa 3 mintával

Residual Sum of Squares

$SS_{Residual}$ – mintákon belül a mért értékek és a mintaátlagok távolságának négyzetösszege

Egy mintán belül az egyedekhez a mintaátlagot predikáljuk, és ezzel valamilyen mértékben tévedünk. ANOVÁ-ban a hiba a mintán belüli eltérésekből adódik.

Számolása: minden egyed és a hozzá tartozó mintaátlag különbségének négyzetösszege

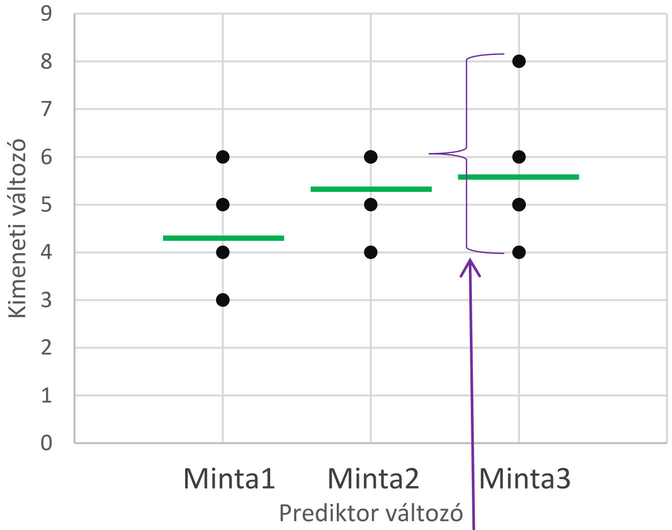
$SS_{RMinta1} = (3 - 4.2)^2 + (4 - 4.2)^2 + (5 - 4.2)^2 + (3 - 4.2)^2 + (6 - 4.2)^2 = 6.8$

$SS_{RMinta2} = 2.75$

$SS_{RMinta3} = 9.5$

Majd ezeket a kapott hibákat összeadjuk:

$SS_R = SS_{RMINTA1} + SS_{RMINTA2} + SS_{RMINTA3} = 19.05$



Ellenőrzésként: a teljes változatosság felbontható a modell által megmagyarázott és meg nem magyarázott részre, így ez utóbbi kettő összege ki kell hogy adja az előbbit.

$SS_M + SS_R = SS_T$ ✓

Példa 3 mintával

minta	érték
1	3
1	4
1	5
1	3
1	6
2	5
2	6
2	4
2	6
3	4
3	5
3	8
3	6
3	5
3	5

Minta	N	df	M
Minta1	5	4	4.2
Minta2	4	3	5.25
Minta3	6	5	5.5
Total	15	14	5
ANOVA	**df**	**SS**	**MS**
Model	2	4.95	2.475
Residual	12	19.05	1.588
Total	14	24	1.714

Mean Squares értékek

Ezt követően kiszámoljuk a modell és hibához tartozó varianciát. ANOVÁban ezt szisztematikus és nemszisztematikus varianciának nevezzük

MS_{Model} - a modellhez tartozó variancia (szisztematikus variancia)

$$MS_M = \frac{SS_M}{df_M} = \frac{4.95}{2} = 2.475$$

$MS_{Rediduals}$ – a hibához tartozó variancia (nemszisztematikus variancia)

$$MS_R = \frac{SS_R}{df_R} = \frac{19.05}{12} = 1.588$$

Ki lehetne számolni az SST-hez tartozó teljes varianciát is, ennek értéke megegyezik a függő változó varianciájával. ANOVÁ-ban a számoláshoz ezt nem használjuk, ezért a táblázatokban is üresen szokás hagyni

MS_{Total} – a függő változó teljes varianciája

$$MS_T = \frac{SS_T}{df_T} = \frac{24}{14} = 1.714$$

Példa 3 mintával

minta	érték
1	3
1	4
1	5
1	3
1	6
2	5
2	6
2	4
2	6
3	4
3	5
3	8
3	6
3	5
3	5

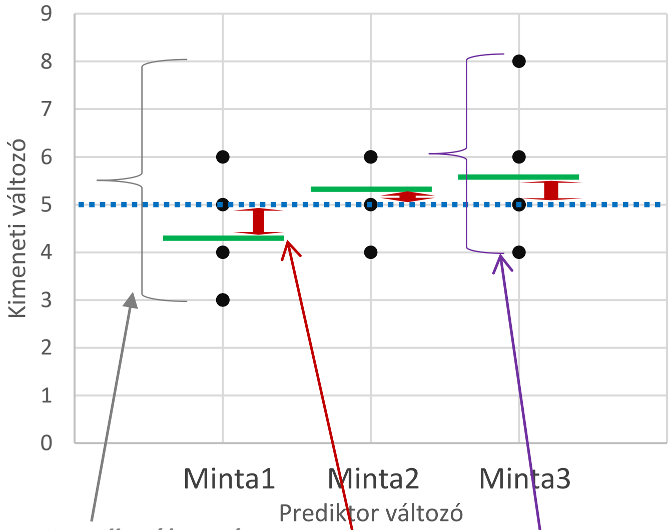
R^2 (effect-size)
Az R^2 a megmagyarázott és teljes változatosság arányát adja meg
SPSS One-Way ANOVÁ-nál nem számolja ki :(

$$R^2 = \frac{SS_M}{SS_T} = \frac{4.95}{24} = 0.206$$

F érték (próba statisztikai értéke)
Az F érték a hatás és a hiba arányából adódik

$$F = \frac{MS_M}{MS_R} = \frac{2.475}{1.588} = 1.559$$

p érték
A p értéket az F-érték a df_M és df_R segítségével az F-eloszlás táblából lehet kikeresni
p = .250



Függő változó teljes varianciája

minták közti eltérések, szisztematikus variancia

mintán belüli eltérések, nemszisztematikus variancia

Minta	N	df	M
Minta1	5	4	4.2
Minta2	4	3	5.25
Minta3	6	5	5.5
Total	15	14	5

ANOVA	df	SS	MS	F	Sig.
Model	2	4.95	2.475	1.559	.250
Residual	12	19.05	1.588		
Total	14	24	1.714		

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	4,950	2	2,475	1,559	,250
Within Groups	19,050	12	1,588		
Total	24,000	14			

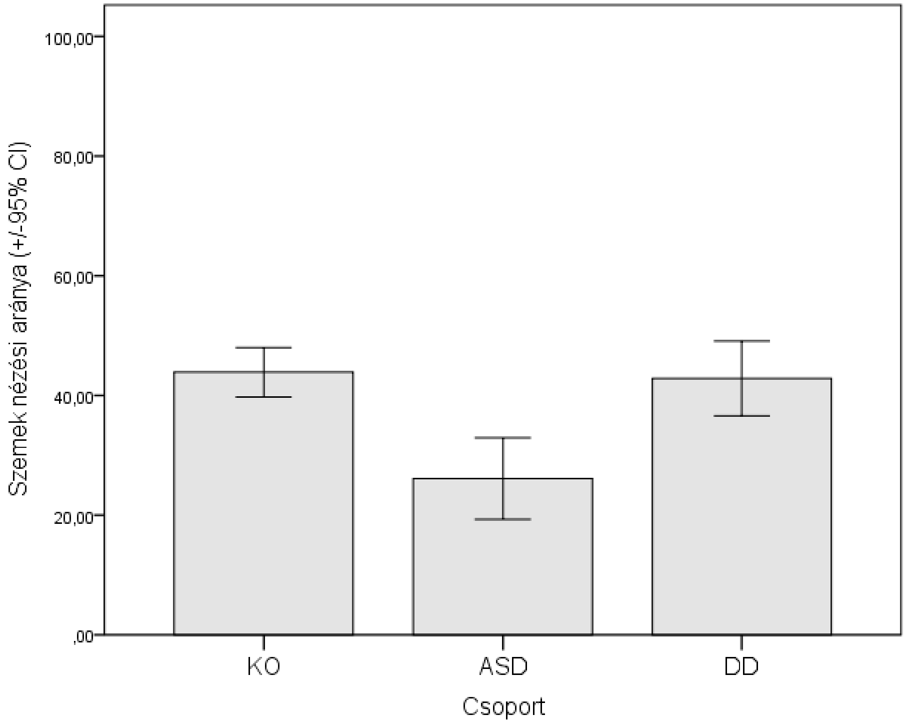
One-Way ANOVA

Független mintás egyszempontos ANOVA

Van-e különbség autizmussal diagnosztizált (ASD), megkésett fejlődésű (DD) és kontroll (KO) csecsemők között abban, hogy milyen arányban nézik egy arc letapogatása során a szemet?

Adatbázis: tobbval2_02_ANOVA01_asd.xlsx

(Az adatok követik a következő cikk eredményeit: Jones, W., Carr, K., & Klin, A. (2008). Absence of preferential looking to the eyes of approaching adults predicts level of social disability in 2-year-old toddlers with autism spectrum disorder. Archives of general psychiatry, 65(8), 946-954.)



Feltételek

- **A kitöltők függetlenek egymástól**
- **Csoportok függetlenek**
  - Ha nem teljesül, az elsőfajú hiba esélye drasztikusan nő!!
- **Függő változó legalább intervallum típusú**
  - Bináris is lehet, de rengeteg feltétel mellett (Lunney, 1971).
    Ha a függő változód bináris, inkább χ^2 próbát vagy logisztikus regressziót használj!
- **Nincsenek (többdimenziós) outlierek**
  - Cook távolsággal ellenőrizzük
  - Szigorúan véve nem feltétel, de a próba érzékenységét gyengíti.
- **Normalitás**
  - A reziduális hiba (megközelítőleg) normál eloszlást követ (valójában ez az ANOVA feltétele, nem a függő változó normál eloszlása)
  - Vagy az eddig tanult módszerekkel ellenőrizhető a függő változó normál eloszlása csoportonként, ha minden csoport külön-külön elég nagy
- **Szóráshomogenitás**
  - Levene teszttel ellenőrizhető

Feltételek

- Az ANOVA sok esetben **robusztus** egy-egy feltételének sérülésére
  - robusztus, azaz a feltétel sérülése ellenére is értelmezhetők a következtető statisztika mutatói (konfidencia intervallumok, szignifikancia értékek)

  - **Robusztus a szóráshomogenitás sérülésére:**
    - ha **teljesül a normalitás**,
      - és a **csoportok elemszáma hasonló** ($N_{MAX} < 1,4 * N_{MIN}$), és csoportonként **N > 15**, akkor közöld, hogy a szóráshomogenitás nem teljesült, de az eredmények értelmezhetők.
      - és a legkisebb és legnagyobb **variancia(!) aránya < 3.5**, akkor közöld, hogy a szóráshomogenitás nem teljesült, de az eredmények értelmezhetők.
      - és a **csoportok elemszáma eltérő** és **N<15** VAGY a **varianciák aránya > 3.5**, de a **nagyobb csoportokhoz tartoznak a nagyobb szórások**, akkor a hatást alul fogod becsülni. A másodfajú hiba nő, de az elsőfajú nem, így az eredmények óvatosan értelmezhetők.

Feltételek

- **robusztus a normalitás sérülésére:**
  - Az ANOVA robusztus a normalitás megszegésére (Schmider, 2010), ha az elemszámok hasonlók, elég nagyok, és a **szóráshomogenitás teljesül**.

- **NEM robusztus a szóráshomogenitás sérülésére:**
  - ha teljesül a normalitás, a csoportok elemszáma eltérő, és a **kisebb csoportokhoz tartoznak a nagyobb szórások**, akkor megnő az elsőfajú hiba valószínűsége, és ezért az eredmények nem értelmezhetők.
  - ha **nem teljesül a normalitás**. Ekkor még egyenlő elemszámok és nagy minta mellett is problémás. Ha a minták ellentétes irányban ferdék, akkor nem értelmezhetők az eredmények.

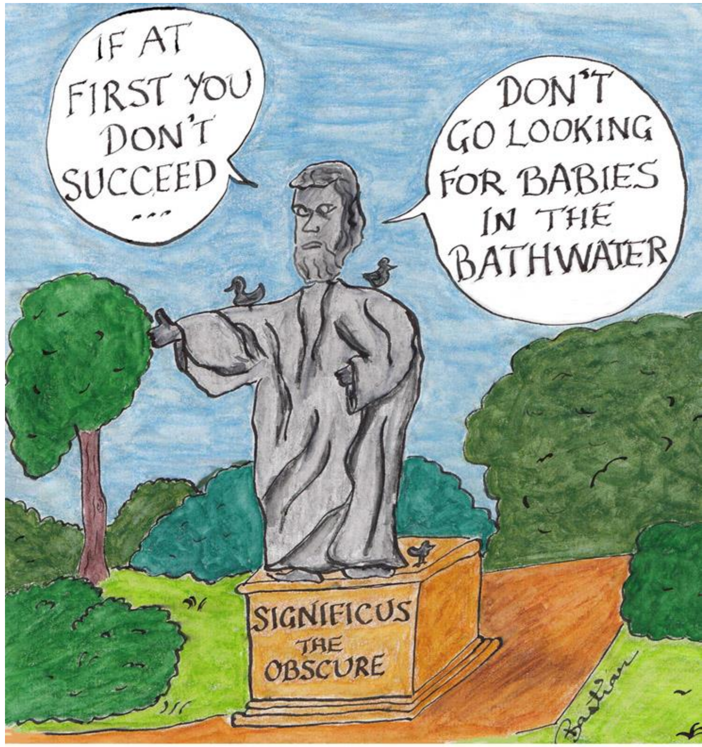
Feltételek

- **Megoldási javaslatok**:
  - SPSS-ben egyszempontos esetben használható a Welch korrekció szóráshomogenitás sérülésére (többszempontos verziója SPSS-ben nincs implementálva).
  - R programcsomag használata
  - A szignifikancia szint szigorúbbra vétele (például α = .001 használata)
  - Csinálj egyenlő elemszámokat a nagyobb mintából való random mintavételezéssel

- Referencia:

  - Schmider, Emanuel; Ziegler, Matthias; Danay, Erik; Beyer, Luzi; Bühner, Markus (2010) Is it really robust? Reinvestigating the robustness of ANOVA against violations of the normal distribution assumption. Methodology: European Journal of Research Methods for the Behavioral and Social Sciences, Vol 6(4), 2010, 147-151
  - Ramsey, P. H. (1980). Exact type 1 error rates for robustness of Student's t test with unequal variances. Journal of Educational and Behavioral Statistics,5(4), 337-349.
  - Havlicek, L. L., & Peterson, N. L. (1974). Robustness of the t test: A guide for researchers on effect of violations of assumptions. Psychological Reports,34(3c), 1095-1114.

One-Way ANOVA utóvizsgálatai azaz a Post hoc és kontraszt vizsgálatok

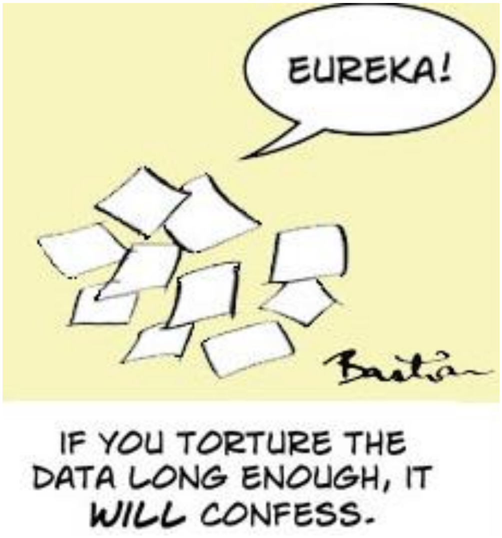


AN EARLY STATISTICAL PHILOSOPHER, SIGNIFICUS THE OBSCURE WAS KNOWN FOR MANGLED APHORISMS AND AN INTENSE HATRED OF POST HOC ANALYSES.

Melyik minták különböznek egymástól?

- Az ANOVA eredménye az F-érték egy úgynevezett omnibusz (átfogó) statisztika:
  - Eredménye a R^2 és a F-érték, melyekből megtudható,
    - hogy a prediktor változóval (ami jelen esetben egy csoportosító változó) meg lehet-e magyarázni, és ha igen, milyen mértékben a kimeneti változó varianciáját
    - hogy a kísérleti manipulációnk sikeres volt-e
    - hogy a minták között **van-e** (valahol) **különbség**
  - Nem tudjuk meg, **melyik minták között van különbség**
    - Több lehetséges változat is van: lehet, hogy $A \neq B \neq C$ vagy $A = B \neq C$ vagy $A \neq B = C$ vagy $B = C \neq A$
    - F próba csak azt mondja meg, a minták nem egyformák, azt nem mondja meg, melyek különböznek egymástól

- **FONTOS!!**
  - **Utóvizsgálatot CSAK akkor szabad végezni, ha az ANOVA szignifikáns, ha az ANOVA alapján nincs szignifikáns különbség, akkor TILOS az utóvizsgálatokban „valami publikálhatót keresgélni”**
  - Tehát, ha az előzőleg elvégzett ANOVA szerint szignifikáns különbség van a csoportok között, akkor válassz valamilyen utóvizsgálatot, hogy megtudd, mely csoportok különböznek egymástól.
  - Ha az ANOVA alapján nincs szignifikáns különbség, akkor azt kell publikálni, hogy nincs, és kész.



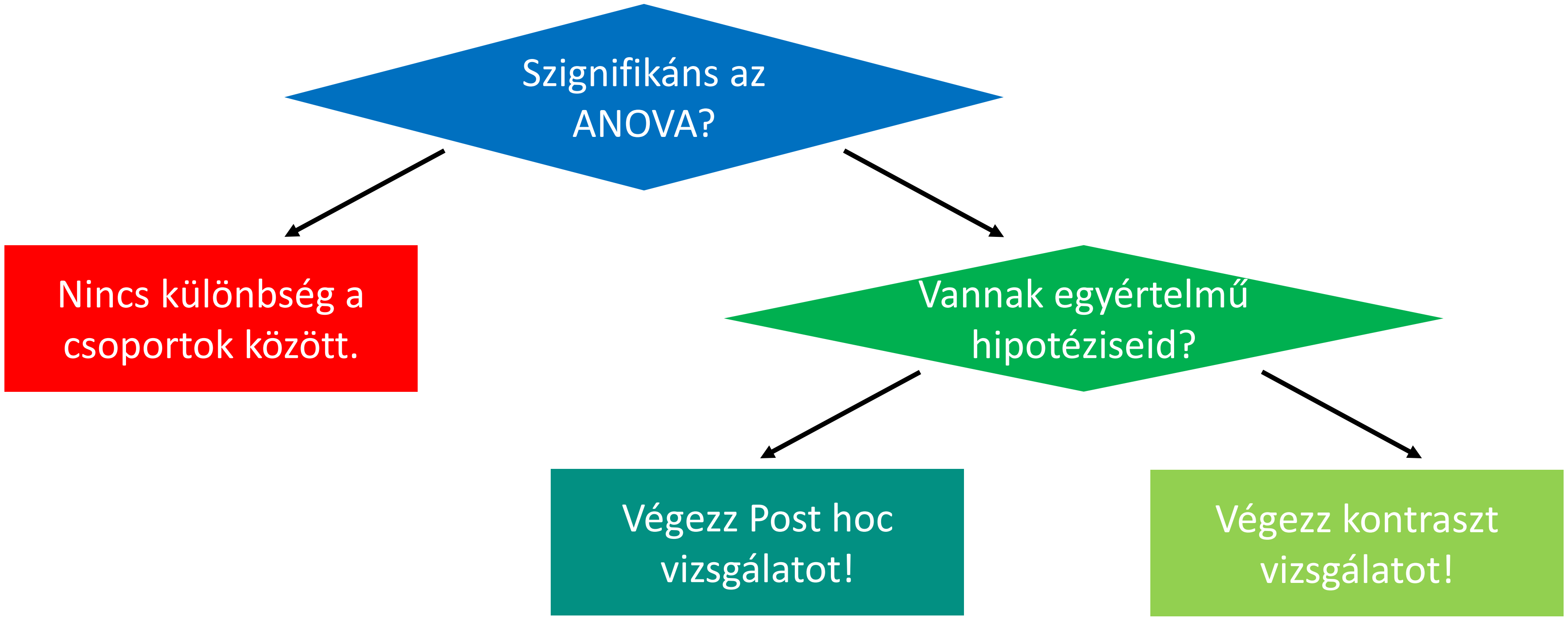
- Két megközelítés létezik a minták összehasonlítására az elsőfajú hiba esélyének növelése nélkül. A kérdéseinknek megfelelően választjuk ki melyikre van inkább szükségünk

- **Post hoc**
  - **„Mindent mindennel, de szigorúan”**
  - Minden lehetséges párosításnál megnézzük, van-e különbség (tehát vizsgáljuk a CO vs. ASD, CO vs. DD és ASD vs. DD különbségét), de a szignifikancia szintet szigorúbbra vesszük, így kerüljük ki a family-wise hibát
  - Úgy állítjuk be az összehasonlításoknál a szignifikancia szintet, hogy az összegzett, family-wise hiba határa legyen 5%.
  - Mivel szigorúbbak a használt szignifikancia szintek, ezért kevesebb különbség lesz szignifikáns
  - Feltáró vizsgálat esetén

- **Kontrasztok**
  - **„Csak a hipotéziseinkben szereplő összehasonlítások, de azok érzékenyen”**
  - Ha kész hipotéziseink vannak, melyik minták vagy mintaegységek között várunk különbséget, megtehetjük, hogy csak a hipotéziseknek megfelelő különbségeket ellenőrizzük.
  - Nem hasonlítunk össze mindent mindennel, viszont amit igen, ott érzékeny a próba
  - Nem csak egyedi mintákat, de minták egységét is össze lehet hasonlítani
  - Különbség az orthogonális és nem orthogonális kontrasztok között (később)

Kontraszt VAGY post hoc

- A kontraszt és post hoc vizsgálatok egymás alternatívái, de együtt soha nem végezhetők, mert az a family-wise hiba megjelenéséhez vezet!
- Nem helyes kutatói hozzáállás, ha az érzékenyebb kontraszt vizsgálattal ellenőrizzük a minket érdeklő összefüggéseket, majd elmegyünk még halászni egy kicsit a zavarosban a Post hoc segítségével.
- Ha egyértelmű hipotéziseid vannak, válaszd a kontraszt vizsgálatot, mely szűken, érzékenyen vizsgál. Ha feltáró elemzést végzel, válaszd a Post hoc-ot, mely átfogóbb viszont szigorúbb elemzés.



Post hoc

- Minden lehetséges párosításnál megnézzük, van-e különbség, de a szignifikancia szintnél valahogy figyelembe vesszük a family-wise hiba jelenségét
- Szóráshomogenitás esetén, több Post hoc teszt közül is lehet választani:
  - **LSD** - legelső megoldás volt. Kiszámolja, hogy mekkora a legkisebb különbség két csoport között, mely már szignifikáns lenne – ehhez hasonlítja, mekkora a valódi különbség – ne használd, mert **túlzottan megengedő**
  - **Bonferroni korrekció**: legnépszerűbb megoldás. Elosztjuk a szignifikancia szint értékét a próbák számával. – ne használd, mert túl szigorú, **elsőfajú hibát megoldja, de megnöveli a másodikfajú hiba arányát**.
  - **Tukey teszt** – LSD-hez hasonló megoldás, de megbízhatóbb. **Szigorú! Egyenlő elemszám esetén jó!**
  - **Hochberg's GT2 és Gabriel's test** – **nem egyenlő elemszámot kezeli**.
  - **Scheffe** – legrobosztusabb az ANOVA feltételeinek megszegésére. Legszigorúbb.
  - Sidak – viszonylag szigorú teszt
  - Holm-procedúráról később, a Simple effects tesztelésnél tanulunk majd.
- **Szóráshomogenitás megszegése** esetén:
  - **Tamhane's T2** – nagyon szigorú
  - **Dunnett's tesztek** - szigorúak – **T3** kis elemszám, **C** nagy elemszám esetén ajánlott
  - **Games-Howell** – túlzottan megengedő

- **Utóvizsgálat Post hoc-kat:**
  - Minden lehetséges párosításnál megnézzük, van-e különbség:
    - KO és ASD között szignifikáns a különbség, $p < .001$ (17,73 a két csoport átlaga közötti különbség). A grafikonról leolvasható, hogy a KO nagyobb arányban nézi a szemet, mint ASD
    - KO és DD között nem szignifikáns a különbség $p = .0957$ (1,048 az átlagok különbsége).
    - ASD és DD között szignifikáns a különbség $p = .001$ (16.683 az átlagok különbsége). DD nagyobb arányban nézi a szemet, mint ASD.

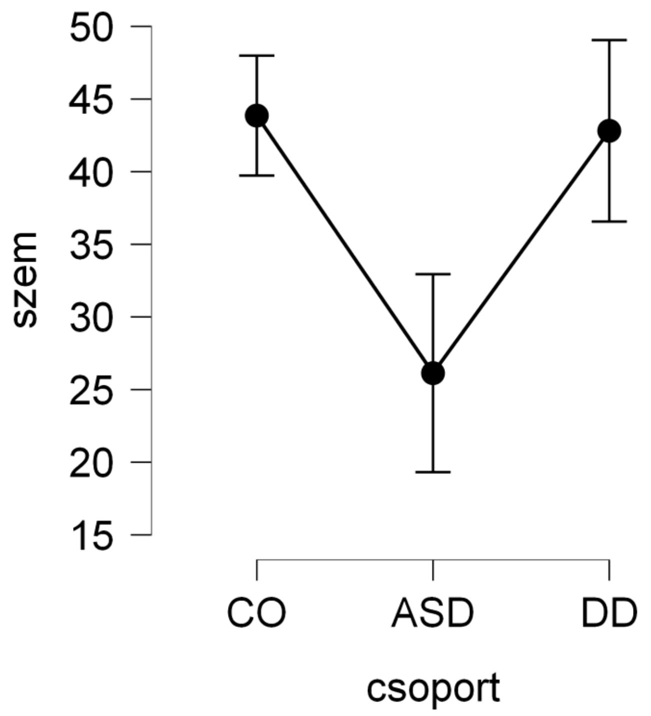
Post Hoc Tests

Standard

Post Hoc Comparisons - csoport

		Mean Difference	SE	t	p_{tukey}
CO	ASD	17.731	3.694	4.799	< .001
	DD	1.047	3.694	0.284	0.957
ASD	DD	−16.684	4.390	−3.801	< .001

Note. P-value adjusted for comparing a family of 3



Értelmezéshez jó ez, de a dolgozatba rendes oszlopdiagramot tegyél be!